Engineering management 5 (2) (2019) 101-111

Engineering management

PRIMENA DIREKTNIH METODA ZA REŠENJE MEŠTOVITIH MATRIČNIH IGRA *

Aleksandra Milovanović
Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment
Bor, Srbija

Izvod

U ovom radu korišćene su direktne metode za rešavanje problema mešovitih matričnih igara na hipotetičkom primeru sopstvene krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Analitički i grafički metod korišćeni su za dobijanje optimalnih strategija igrača u igri i vrednosti igre. Za potvrdu dobijenih rešenja korišćen je softverski paket Lindo v.6.1. Rešavanjem problema zaključeno je da su optimalne strategije prvog igrača P*=(0,%, 55,56%, 44,44%) i drugog igrača Q*=(6,67%, 93,33%), a vrednost igre je V = 62,67 dinara. Vrednost igre je najveća prodajna cena i istovremeno najmanja nabavna cena za tekstilne proizvode date kompanije. Cilj ovog rada je ukazati na praktičnost primene direktnih metoda u rešavanju mešovitih matričnih igara. Primena ovih metoda može pomoći donosiocima odluka i samim tim poboljšati rad njihovog poslovanja.

Ključne reči: *Teorija igara, Igre mešovitih matrica, Analitička metoda, Grafička metoda, LINDO program*

1. UVOD

Život je sam po sebi nepredvidiv. Kada god se desi neki problem moramo pronaći rešenje tog problema. Nekim odlukama rešavamo probleme, a nekim odlukama utičemo na ishod nekog događaja. Da bismo doneli dobru odluku moramo biti mnogo iskusni i znati sve. To, nažalost nije moguće, jer je život jedna velika škola i nikada nećemo znati sve. Kako bi smo usavršili proces donošenja odluka i poboljšali ishode donetih odluka možemo se koristiti određenim alatima. Tehnologija je danas dosta napredovala, tako da se određeni problemi mogu rešavati putem korišćenja softverskih paketa i računara. Na ovaj način, postupak dobijanja optimalnog rešenja je dosta brz i lak.
Moramo uvek imati u vidu da odluke koje donosimo utiču i na ostale subjekte u procesu donošenja odluka. Na primer, prodavac želi što više da zaradi, a kupac želi što manje da plati. U ovom slučaju, prodavac donosi odluku o količini novca koju može da traži za svoj proizvod ili uslugu, a kupac donosi odluku o količini novca koju je spreman da da za proizvod ili uslugu prodavca. Iz ovog primera se može videti da su interesi prodavca i kupca suprotni, a samim tim i odluke. Da bi se dobilo rešenje koje bi odgovaralo i jednoj i drugoj strani, moraju se proračunati određeni gubici i prihodi koje bi svaka strana u procesu donošenja odluke imala u zavisnosti od različitih scenarija. Ovakav slučaj je uvršćen u posebnu oblast operacionih istraživanja pod nazivom “Teorija igara”.

* *Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu*

Teorija igara je matematička teorija procesa donošenja odluka igrača (učesnika, protivnika) koji su u sukobu (konfliktu) ili su uključeni u konfliktne uslove (Jovanović, 2016). Teorija igara daje matematički okvir za objašnjenje i izučavanje interakcija između srodnih pojedinaca u interaktivnim situacijama u kojima se preferencije i ciljevi učesnika nalaze u konfliktu (Deng et al., 2016). Igra se može definisati kao model realne konfliktne situacije (Jovanović, 2016). Konflikt se zapravo odnosi na situaciju kada nijedan igrač ne želi da odstupi od svoje strategije ukoliko i ostali igrači igraju prema svojim strategijama (Berg, 2019).

Igra ne može da se igra bez pravila, tako da se moraju definisati, znati i poštovati pravila igre (Jovanović, 2016). Igre su prisutne prilikom modelovanja složenijih problema odlučivanja (Berg, 2019). Teorija igara je stvorena sa ciljem da se uz pomoć egzaktnog matematičkog algoritma analizira konfliktna situacija i da se obezbedi razumno ponašanje igrača i tok konflikta (Jovanović, 2016).

Prilikom rešavanja mešovitih matričnih igara potrebno je odrediti i optimalne strategije za svakog igrača (Jovanović, 2016). Ukoliko se odmah može pronaći jedna optimalna strategija za oba igrača, onda se radi o prostim matričnim igrama. Međutim, ukoliko svaki od igrača ima drugačiju optimalnu strategiju i ne može se odmah pronaći optimalno rešenje igre, reč je o mešovitim matričnim igrama. Rešenje mešovitih matričnih igara se dobija nakon uvođenja elemenata slučajnosti prilikom izbora pojedinačnih strategija, a svakoj strategiji se dodeljuje određena verovatnoća (Jovanović, 2016). Igrači ne smeju da koriste pretnje jer su one u suprotnosti sa njihovim interesom da uspostave i održe saradnju (Berg, 2019).

U današnjim uslovima poslovanja je sve više zastupljen slučaj mešovitih matričnih igara. Kao praktičan primer, biće prikazan problem u poslovanju jedne samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Problem zapravo nije presudan za opstanak ove radnje, ali rešenje ovog problema svakako može poboljšati poslovanje ove radnje i možda joj doneti veću dobit.

2. TEORIJSKO - METODOLOŠKE POSTAVKE RADA

Strateška igra se sastoji od skupa igrača, skupa strategija svakog igrača i isplata za svaku kombinaciju strategija različitih igrača (Deng et al., 2016). Matrična igra je drugi naziv za matricu sa nultom sumom i dva igrača i ona je ujedno i najjednostavnija (Deng et al., 2016). Direktne metode koje se koriste za rešavanje mešovitih matričnih igara se dele na Analitički metod i Grafički metod.

Analitički metod se svodi na dobijanje rešenja putem formula, a grafički metod daje rešenje problema koje se može očitati sa slike tj. grafika. Analitički metod se može primeniti preko parcijalnih izvoda ili direktnom primenom formula. U ovom radu će biti korišćena direktna primena formula. Međutim, prvo je potrebno izvršiti redukciju tj. svođenje matrice plaćanja na dimenzije *2x2* za direktnu primenu formula i grafički metod. Grafički metod se može primeniti i kod matrica plaćanja *2xn* i *mx2*.

Matrica plaćanja je sastavljena od isplata koje se označavaju sa a_{ij} (Hansen et al., 2013). Dakle, u matrici plaćanja su predstavljene isplate vezane za matričnu igru (Deng et al., 2016). Matrica plaćanja predstavlja matrični prikaz mogućih dobitaka igrača A od igrača B, u zavisnosti od izabranih alternativa i može se prikazati kao (Jovanović, 2016):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}_{(2x2)}$$

Igrač A ima na raspolaganju m alternativa za koje se vezuje verovatnoća p_i, a igrač B ima na raspolaganju n alternativa za koje se vezuje verovatnoća q_j (Jovanović, 2016). Zbir

verovatnoća je jednak jedinici. Igrač A započinje igru tako što bira jednu alternativu (1, …, *m*), dok istovremeno igrač B bira jednu alternativu (1, …, *n*), nakon čega igrač A dobija "isplatu" od igrača B (Hansen et al., 2013). Često je zbog nedostatka informacija, slabijeg prosuđivanja i slabe procene teško definisati vrednost isplate (Deng et al., 2016). Rešenje problema se može naći u kombinaciji ove oblasti operacionih istraživanja sa teorijom pouzdanosti (Deng et al., 2016).
Vektor P = (p_1, p_2, p_3, …, p_m) predstavlja mešovitu strategiju igrača A, a vektor Q = (q_1, q_2, q_3, …, q_n) predstavlja mešovitu strategiju igrača B (Jovanović, 2016). Strategija je zapravo distribucija verovatnoće nad akcijama igrača (Hansen et al., 2013). Kada su u pitanju matrične igre, iako igrači žele da maksimiziraju svoju dobit, imaju konačan broj strategija (Szabó & Hódsági, 2016). Nakon jedne interakcije igrači moraju sačekati pre nego što počnu da se pripremaju za narednu interakciju (Garay et al., 2017). Dve konkurentske strategije se moraju proširiti dodatnim neutralnim strategijama (Szabó et al., 2019). Promene su dozvoljene, ali samo u uzastopnim koracima (Szabó & Hódsági, 2016).
Postupak redukcije se svodi na precrtavanje redova u kojima su sve vrednosti manje u odnosu na vrednosti iz ostalih redova. Ovaj postupak se odnosi samo na igrača A. Ukoliko je reč o igraču B, onda se postupak redukcije svodi na precrtavanje kolona u kojima su sve vrednosti veće u odnosu na vrednosti iz ostalih kolona.
Uz pomoć Valdovog kriterijuma se može definisati oblast u kojoj se nalazi vrednost igre. Valdov kriterijum se drugačije zove pesimistički kriterijum ili max_i (min_j) kriterijum za igrača A i min_j (max_i) kriterijum za igrača B. U matričnoj igri je dobitak jednog igrača istovremeno i gubitak drugog igrača (Deng et al., 2016). Ukoliko neki igrač snosi gubitak, gubitak ne sme biti nerealan (Berg, 2019).

2.1. Analitički metod

Kada je reč o analitičkoj metodi, pre svega o direktnoj primeni formula, u nastavku su date sledeće formule.
Formule koje se koriste za dobijanje optimalne strategije igrača A, P* (p1*, p2*), su (Jovanović, 2016):

$$p_1^* = \frac{a22 - a21}{a11 + a22 - a12 - a21} \quad (1)$$

$$p_2^* = \frac{a11 - a12}{a11 + a22 - a12 - a21} \quad (2)$$

Formule koje se koriste za dobijanje optimalne strategije igrača B, Q* (q1*,q2*), su (Jovanović, 2016):

$$q_1^* = \frac{a22 - a12}{a11 + a22 - a12 - a21} \quad (3)$$

$$q_2^* = \frac{a11 - a21}{a11 + a22 - a12 - a21} \quad (4)$$

Formula koja se koristi za dobijanje vrednosti igre je (Jovanović, 2016):

$$V = \frac{a22 \bullet a11 - a12 \bullet a21}{a11 + a22 - a12 - a12} \tag{5}$$

2.2. Grafički metod

Grafički metod se drugačije naziva geometrijski metod (Jovanović, 2016). Kada se upotrebljava grafički metod za rešavanje mešovitih matričnih igara, prvo se mora poći od jednog igrača. Mi sami biramo od kog igrača ćemo krenuti. S obzirom na to da se strategije ne znaju unapred i da se ne zna koji će biti ishod igre, strategije koje igrači donose na neki način mogu zavisiti jedna od druge (Berg, 2019).
Za igrača za kog smo se odlučili, sastavljamo nejednačine na osnovu matrice plaćanja. Ove nejednačine moraju biti veće ili jednake vrednosti igre. Ukoliko smo počeli od igrača A, onda moramo pronaći parametre p_1* i p_2* koji određuju njegovu optimalnu strategiju P*. Zbir parametara p_1* i p_2* iznosi 1, pa odavde možemo izraziti jedan parametar i zameniti ga ovim izrazom u datim nejednačinama.
Da bi smo mogli da nacrtamo grafik potrebno je da nejednačine svedemo na jednačine i vrednosti, koje dobijemo izjednačavanjem parametra p_1* ili p_2* sa nulom i jedinicom u obe nejednačine, ucrtamo na grafik. Na grafiku zapravo dobijamo prave na osnovu čijeg preseka i koordinata tog preseka dobijamo vrednost igre i prvi parametar, na osnovu koga dobijamo drugi parametar. Drugi parametar dobijamo, zapravo, kada ga zamenimo u izrazu iz kog smo izvukli prvi parametar ($p_1^*+p_2^*=1$). Na isti način, tj. istim postupkom, određujemo i parametre q_1* i q_2* za optimalnu strategiju igrača B, Q* (q_1*, q_2*).
Da bi se proverili dobijeni podaci mogu se izjednačiti date jednačine sa jednom nepoznatom tj. jednim parametrom, kako bi se dobila vrednost tog parametra. Zamenom samo tog parametra sa njegovom dobijenom vrednošću u nekoj od ponuđenih jednačina se dobija vrednost igre. Dobijeni rezultati se mogu proveriti i pomoću softverskog paketa Lindo v.6.1.

2.3. LINDO V.6.1. program

LINDO (*engl.* Linear Interactive and Discrete Optimizer) predstavlja interaktivni softverski paket koji je razvijen od strane kompanije Lindo System Inc., USA (Jovanović, 2004). Lindo programski paket se može koristiti u svim aplikacijama gde je potrebno izvršiti optimizaciju (Jovanović, 2004). Softverski paket Lindo v.6.1. funkcioniše tako što se u njega unose funkcija cilja i ograničenja i za tili čas se dobijaju gotova rešenja. Dakle, elementi Lindo programa su (Jovanović, 2004):

- cilj,
- jedna ili više varijabli i
- jedno ili više ograničenja.

Karakteristike po kojima je Lindo program prepoznatljiv su (Jovanović, 2004):

- operatori koji se koriste za računanje (+ , - , < , >, = , <= , >=);
- operacije koje se izvode s leva na desno;
- komentari koji se mogu postaviti bilo gde u modelu, a prethodi im znak uzvika;
- neosetljivost na veličinu slova;
- konstante koje se nalaze sa desne strane jednačine ograničenja i
- promenljive i njihovi koeficijenti koji se nalaze sa leve strane ograničenja.

Da bi se definisao problem u Lindo v.6.1. programu koriste se oznake yi, za igrača A, i x_j, za igrača B. Nakon dobijenih rešenja uz pomoć ovog programa za y_i i g_0, za igrača A, i x_j i z_0, za igrača B, na osnovu sledećih formula se dolazi do vrednosti za p_i, za igrača A, q_j, za igrača B, i vrednosti igre V (Jovanović, 2016):

$$V = \frac{1}{g0} = \frac{1}{z0} \tag{6}$$

$$pi = yi \bullet V \tag{7}$$

$$qj = xj \bullet V \tag{8}$$

Ovaj softverski paket je veoma brz i lak za korišćenje i u mnogome pomaže prilikom rešavanja problema mešovitih matričnih igara.

3. REZULTATI PRAKTIČNOG PRIMERA

Primena direktnih metoda za rešavanje problema mešovitih matričnih igara će biti prikazana na hipotetičkom primeru samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Odevni predmeti koje šiju radnici ove krojačke radnje su: majica, bodi i trenerke. Svoje proizvode, tj. sašivene odevne predmete, ova radnja prodaje dvema kompanijama pod nazivom "Beba Kids" i "Cameleon". U Tabeli 1 su prikazane cene šivenih odevnih predmeta, po komadu u dinarima, prema vrsti odevnog predmeta i prema prodajnom mestu.

Tabela 1. Cene šivenih odevnih predmeta SZKR

Cena po komadu (RSD)	**Beba Kids**	**Cameleon**
Majica	61	61
Bodi	44	64
Trenerke	86	61

Početna matrica plaćanja, izvršena redukcija i primena Valdovog kriterijuma su prikazani u Tabeli 2. Vrednost igre, dobijena na osnovu Valdovog kriterijuma, se nalazi između 61 dinar po komadu i 64 dinara po komadu.

Tabela 2. Početna i redukovana matrica plaćanja i vrednost igre

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Cena po komadu (RSD)</td><td colspan="2">Kupci</td><td rowspan="2">min_j</td><td rowspan="2">max_i</td></tr>
<tr><td>Beba Kids</td><td>Cameleon</td></tr>
<tr><td rowspan="3">SZKR</td><td>Majica</td><td>61</td><td>61</td><td>61</td><td rowspan="3">61</td></tr>
<tr><td>Bodi</td><td>44</td><td>64</td><td>44</td></tr>
<tr><td>Trenerke</td><td>86</td><td>61</td><td>61</td></tr>
<tr><td colspan="2">max_i</td><td>86</td><td>64</td><td colspan="2" rowspan="2">61<=V<=64</td></tr>
<tr><td colspan="2">min_j</td><td colspan="2">64</td></tr>
</table>

3.1. Rešavanje postavljenog problema primenom analitičkog metoda

Alternative koje SZKR ima na raspolaganju su: a_{11} = 44, a_{12} = 64, a_{21} = 86 i a_{22} = 61. Direktnom primenom formula se dolazi do optimalne strategije SZKR i kompanija kupaca i do vrednosti igre.

$$p1^* = \frac{a22 - a21}{a11 + a22 - a12 - a21} = 55{,}56\%$$

$$p2^* = \frac{a11 - a12}{a11 + a22 - a12 - a21} = 44{,}44\%$$

$$q1^* = \frac{a22 - a12}{a11 + a22 - a12 - a21} = 6{,}67\%$$

$$q2^* = \frac{a11 - a21}{a11 + a22 - a12 - a21} = 93{,}33\%$$

$$V = \frac{a22 \bullet a11 - a12 \bullet a21}{a11 + a22 - a12 - a12} = 62{,}67 \text{ RSD po komadu}$$

3.2. Rešavanje postavljenog problema primenom grafičkog metoda

Primenom grafičke metode se od početnih nejednačina vezanih za SZKR, preko izdvajanja verovatnoća i preko njihovog izjednačavanja sa nulom i jedinicom u obe nejednačine, dolazi do tačaka za crtanje prava na grafiku i očitavanja vrednosti igre i verovatnoće vezane za prvu alternativu SZKR iz preseka ovih dveju prava. Na osnovu formule:

$$p1 + p2 = 1 \tag{9}$$

sa poznatom verovatnoćom prve alternative, se izračunava verovatnoća druge alternative SZKR i samim tim optimalna strategija SZKR. Isti postupak se ponavlja i za kompanije „Beba Kids“ i „Cameleon“. Na Slici 1 i na Slici 2 je dat prikaz grafika za SZKR i kompanije kupce sa dobijenim rezultatima. Strategije SZTR:

$$L1: 44 \bullet p1 + 86 \bullet p2 \geq V$$
$$p1 = 0 \Rightarrow V = 86$$
$$p1 = 1 \Rightarrow V = 44$$

$$L2: 64 \bullet p1 + 61 \bullet p2 \geq V$$
$$p1 = 0 \Rightarrow V = 61$$
$$p1 = 1 \Rightarrow V = 64$$

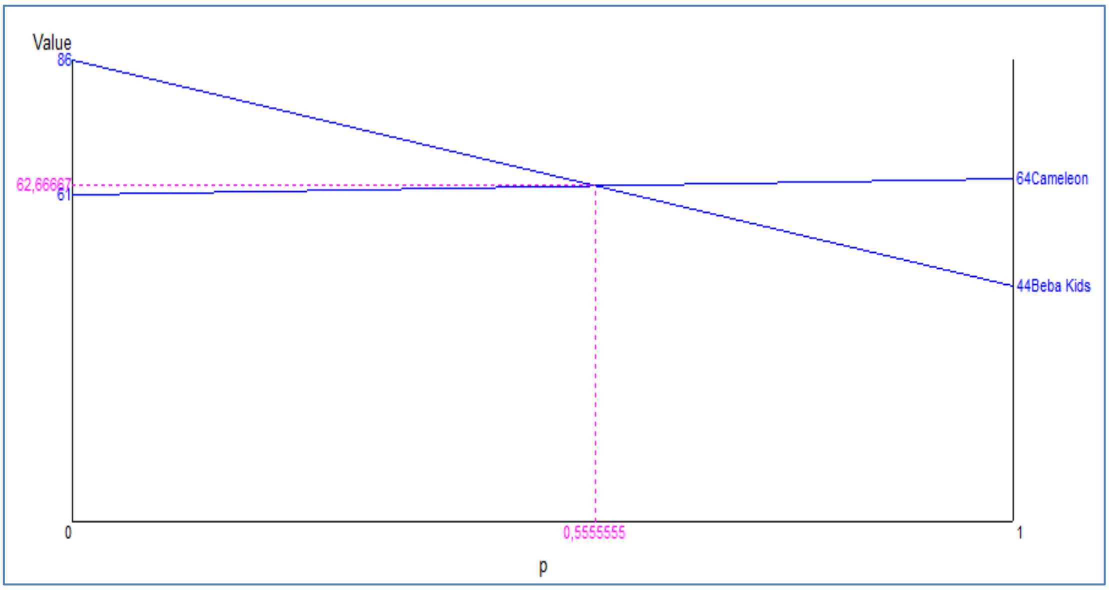
Vrednost drugog parametra iznosi p2 = 44,44%, a optimalna strategija SZKR glasi P*(0%, 55,56 %, 44,44%). Kupci kompanije:

$$L1: 44 \bullet q1 + 64 \bullet q2 \leq V$$
$$q1 = 0 \Rightarrow V = 64$$
$$q1 = 1 \Rightarrow V = 44$$

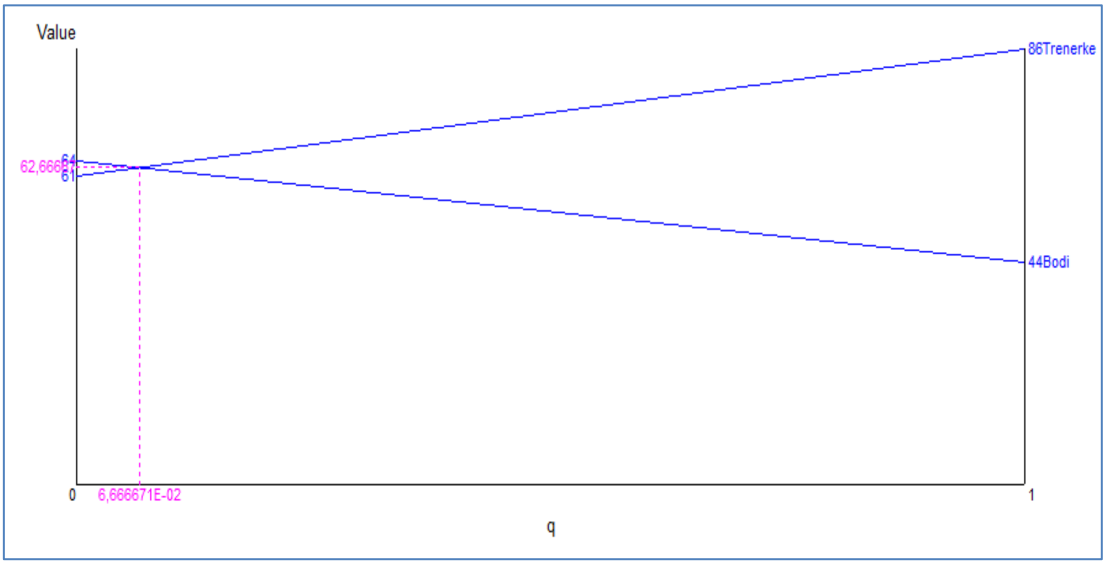
$$L2: 86 \bullet q1 + 61 \bullet q2 \leq V$$
$$q1 = 0 \Rightarrow V = 61$$
$$q1 = 1 \Rightarrow V = 86$$

Vrednost drugog parametra iznosi q2 = 93,33%, a optimalna strategija kompanija kupaca glasi Q* (6,67%, 93,33%).

Vrednost igre iznosi: V = 62,67 RSD po komadu



Slika 1. Primena i rezultati Grafičke metode za SZKR



Slika 2. Primena i rezultati grafičke metode za kompanije kupce

3.3. Rešavanje postavljenog problema primenom lindo v.6.1. Programa

Da bi se rešio problem u Lindo v.6.1. programu prvo se mora definisati. Problem definisan u Lindo v.6.1. programu izgleda ovako:

Za SZKR:

! ovo je funkcija cilja
$\min y1 + y2 + y3$
ST
! ovo su ograničenja
$0y1 + 44y2 + 86y3 >= 1$
$0y1 + 64y2 + 61y3 >= 1$
END

Za kompanije kupce:

! ovo je funkcija cilja
$\max x1 + x2$
ST
! ovo su ograničenja
$0x1 + 0x2 <= 1$
$44x1 + 64x2 <= 1$
$86x1 + 61x2 <= 1$
END

Rezultati dobijeni primenom Lindo v.6.1. programa se mogu videti na Slici 3 i na Slici 4. Kada je u pitanju SZKR, na osnovu dobijenih vrednosti za g_0 i yi (Slika 3) se mogu izračunati vrednosti za V i pi:

$$g0 = 0{,}01595745 \Rightarrow V = \frac{1}{g0} = 62{,}66665413 \approx 62{,}67$$
$$y1 = 0{,}000000 \Rightarrow p1 = y1 \bullet V = 0 = 0\%$$
$$y2 = 0{,}008865 \Rightarrow p2 = y2 \bullet V = 0{,}555539889 = 55{,}56\%$$
$$y3 = 0{,}007092 \Rightarrow p3 = y3 \bullet V = 0{,}444431911 = 44{,}44\%$$

Vrednost igre iznosi: V = 62,67 RSD po komadu, a optimalna strategija SZKR glasi P* (0%, 55,56 %, 44,44%).

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

     OBJECTIVE FUNCTION VALUE

     1)    0.1595745E-01

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      Y1         0.000000          1.000000
      Y2         0.008865          0.000000
      Y3         0.007092          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)        0.000000         -0.001064
       3)        0.000000         -0.014894

NO. ITERATIONS=      2
```

Slika 3. Rezultati Lindo v.6.1. programa za SZKR

Kada su u pitanju kompanije kupci, na osnovu dobijenih vrednosti za z_0 i xj (Slika 4) se mogu izračunati vrednosti za V i qj:

$$z0 = 0{,}01595745 \Rightarrow V = \frac{1}{z0} = 62{,}66665413 \approx 62{,}67$$

$$x1 = 0{,}001064 \Rightarrow q1 = x1 \bullet V = 0{,}06667732 = 6{,}67\%$$

$$x2 = 0{,}014894 \Rightarrow q2 = x2 \bullet V = 0{,}933357147 = 93{,}33\%$$

Vrednost igre iznosi: V = 62,67 RSD po komadu, a optimalna strategija kompanija kupaca glasi Q* (6,67%, 93,33%).

```
   OBJECTIVE FUNCTION VALUE

   1)   0.1595745E-01

VARIABLE       VALUE         REDUCED COST
    X1        0.001064        0.000000
    X2        0.014894        0.000000


   ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
    2)       1.000000         0.000000
    3)       0.000000         0.008865
    4)       0.000000         0.007092

NO. ITERATIONS=      2
```

Slika 4. Rezultati Lindo v.6.1. programa za kompanije kupce

4. DISKUSIJA REZULTATA

Na osnovu analitičke metode tj. direktne primene formula, na osnovu grafičke metode i na osnovu Lindo v.6.1. programa se došlo do istog zaključka. Optimalna strategija SZKR je P* (0%, 55,56%, 44,44%), što znači da postoji verovatnoća od 56% da će se SZKR odlučiti da proda bodije kompanijama i verovatnoća od 44% da će se SZKR odlučiti da proda trenerke kompanijama. Optimalna strategija kompanija kupaca je Q* (6,67%, 93,33%), što znači da postoji verovatnoća od 93% da će se kompanija „Cameleon“ odlučiti da kupi proizvode SZKR i verovatnoća od 7% da će se kompanija „Beba Kids“ odlučiti da kupi proizvode SZKR.

Vrednost igre iznosi 62,67 RSD po komadu što znači da je SZKR spremna da proda bodije koje sašije po ceni od 62,67 RSD po komadu, a kompanija “Cameleon” je spremna da kupi iste te proizvode po ceni od 62,67 RSD po komadu. Vrednost igre se nalazi između 61 dinar po komadu i 64 dinara po komadu, što znači da je pronađeno optimalno rešenje i za SZKR i za kompanije koje su kupci proizvoda SZKR. Vrednost igre koja je dobijena ujedno predstavlja i najmanju cenu po kojoj SZKR može da proda svoje proizvode i najveću cenu po kojoj kompanija “Cameleon“ može da kupi njene proizvode.

Dakle, konflikt je rešen i sve strane u ovoj igri su zadovoljne. Ukoliko SZKR nastavi da sarađuje sa kompanijom „Cameleon“ i poveća količinu svojih proizvoda za prodaju datoj kompaniji, uvek će biti na dobitku. Moram napomenuti, da se rezultati dobijeni u ovom radu ne mogu uopštiti, jer je posmatrana samo jedna kompanija u Jugoistočnoj Srbiji. Rezultati koji su dobijeni se vezuju samo za datu SZKR. Međutim, ukoliko bi se istraživanje na ovu temu proširilo i na ostale kompanije, i možda ostale regione u Srbiji, sveukupnim podacima bi se moglo doći do nekog opšteg rešenja problema.

Za ovakav vid istraživanja i obradu podataka je najjednostavnija i najpogodnija primena analitičke i grafičke metode. Na osnovu ovih metoda se na veoma brz i lak način dolazi do rešenja. Naravno, putem korišćenja Lindo v.6.1. programa postupak dolaska do najboljeg rešenja je još brži i lakši.

5. ZAKLJUČAK

Teorija igara je našla primenu u oblastima poput društvenih problema, problema sa informacijama i problema koji nastaju prilikom odlučivanja (Deng et al., 2016). Modeli teorije igara su našli primenu u različitim oblastima nauke, kao što su: modeliranje ponašanja životinja, način na koji se paketi podataka kreću kroz telekomunikacionu mrežu ili kako se odbraniti od terorističkih napada (Berg, 2019).

Jedna oblast Teorije igara su mešovite matrične igre. Mešovite matrične igre karakteriše to što se ne može odmah dođi do optimalnih strategija igrača, jer su njihovi interesi u sukobu, već se mora putem određenih metoda doći do optimalnih strategija oba igrača. Metode koje su mogu primeniti kod mešovitih matričnih igara su analitički metod i grafički metod. Od programa za rešavanje problema u oblasti Teorije igara se može koristiti Lindo v.6.1. program.

U ovom radu je rešena jedna igra tj. konfliktna situacija između SZKR iz Jugoistočne Srbije i kompanija „Beba kids“ i „Cameleon“. Na osnovu pomenutih metoda i pomenutog programa se došlo do rešenja igre. Pronađene su optimalne strategije SZKR i datih kompanija i vrednost igre. Na osnovu dobijenih podataka se može zaključiti da SZKR može prodavati svoje proizvode, tj. bodije, kompaniji „Cameleon“ po ceni od 62,67 dinara po komadu i da je ova strategija najbolja za obe strane. SZKR će lepo naplatiti cenu svojih proizvoda, a kompanija „Cameleon“ neće mnogo novca potrošiti na kupovinu datih proizvoda.

Na kraju bih želela da napomenem da je postupak dolaska do rešenja, putem korišćenja Direktnih metoda i Lindo v.6.1. programa, bio mnogo brz i lak. Rezultati dobijeni u ovom radu će svakako poboljšati poslovanje navedene samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije.

APPLICATION OF DIRECT METHODS FOR SOLVING MIXED MATRIX GAMES

Aleksandra Milovanović
University of Belgrade, Technical faculty in Bor, Engineering Management Department Bor, Serbia

Abstract

In this paper, direct methods for solving the problem of mixed matrix games were used on a hypothetical example of self-made tailor shop from South East Serbia. An analytical method and a graphical method were used to obtain the optimal strategies of the players in the game and the value of the game. To confirm the solutions obtained, the software package Lindo v.6.1 was used. By solving the problem, it was concluded that the optimal strategies of the players are P *=(0,%, 55,56%, 44,44%) and Q *=(6,67%, 93,33%), and the value of the game is V=62,67 dinars. The value of the game is the highest selling price and at the same time the smallest purchase price for textile products of a given company. The aim of this paper is to point out the practicality of applying direct methods in solving mixed matrix games. Applying these methods can help decision makers and, therefore, improve the performance of their businesses.

Keywords: *Game theory, Mixed matrix games, Analytical method, Graphic method, LINDO program*

LITERATURA / REFERENCIES

Berg, K. (2019). Set-valued games and mixed-strategy equilibria in discounted supergames. Discrete Applied Mathematics, 255, 1-14.

Deng, X., Liu, Q., Deng, Y. (2016). Matrix games with payoffs of belief structures. Applied Mathematics and Computation, 273, 868-879.

Garay, J., Csiszár, V., Móri F.T. (2017). Evolutionary stability for matrix games under time constraints. Journal of Theoretical Biology, 415, 1-12.

Hansen, A.K., Ibsen-Jensen, R., Podolski, V.V., Tsigaridas, E. (2013). Patience of matrix games. Discrete Applied Mathematics, 161, 2440-2459.

Jovanović, A. (2004). Metode Operacionih istraživanja – Autorizovana predavanja. Tehnički fakultet u Boru. Bor.

Jovanović, I. (2016). Operaciona istraživanja II - Teorija igara - Autorizovana predavanja. Tehnički fakultet u Boru. Bor.

Szabó, G., Hódsági, K. (2016). The role of mixed strategies in spatial evolutionary games. Physica A, 462, 198-206.

Szabó, G., Borsos, I., Szombati, E. (2019). Games, graphs and Kirchhoff laws. Physica A, 521, 416-423.