

**VOLUME 5 NUMBER (2) 2019**



**ISSN (Online) 2466-2860**

**In Serbian:  
Inženjerski menadžment**

# **ENGINEERING MANAGEMENT**

**The International Student Journal for Theory and Practice of  
Management Science**

**Editor-in-Chief:  
Sanela Arsić**

**Published by:  
Technical Faculty in Bor**

**[www.menadzment.tfbor.bg.ac.rs/english/student-journal/](http://www.menadzment.tfbor.bg.ac.rs/english/student-journal/)**

## EDITORIAL BOARD

### Editor – in - Chief

**Sanela Arsić**, assistant professor  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

### Co-editor

**Momir Popović**, PhD student  
University of Belgrade,  
Technical Faculty in Bor, Serbia

**Dušan Bogdanović**, master student  
University of Novi Sad,  
Faculty of Technical Sciences, Serbia

### Technical editor

**Milena Jevtić**, assistant professor  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

### Editorial board

**Ivica Nikolić**, teaching assistant  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Andelka Stojanović**, PhD student  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Ivana Veličkovska**, PhD student  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Jelena Jovkić**, PhD student  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Dragana Dimitrievska**, master student  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Radmila Janković**, PhD student  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Mikhail Myltsev**, master student  
RANEPА, Russia

**Przemuslav Kubat**, master student  
Czestochowa University of Technology,  
Faculty of Management, Poland

**Bronislava Čapkovičková**  
University of SS Trnava,  
Faculty of mass media communication,  
Slovak Republic

**Aleksandra Vecsey**, master student  
Obuda University Budapest, Hungary

**Van Thingh Doung**, master student  
Obuda University Budapest,  
Keleti faculty of business and  
management, Hungary

**Milena Jevtić**, assistant professor  
University of Belgrade  
Technical faculty in Bor, Serbia

**Miroslava Jevtić**, bachelor student  
University of Belgrade  
Faculty of Economics, Serbia

*Department of Engineering Management of Technical faculty in Bor, University of Belgrade started to publish a journal “Engineering management – The International Student Journal for Theory and Practice of Management Science“, during 2015. The journal has international character and publishes student articles in the field of theory and practice of management.*

*The main goal of the journal is to develop research and writing skills for writing article in which students at all levels of study can present the results of their research.*

## MOTIVACIJA STUDENATA ZA ISTRAŽIVAČKI RAD\*

**Tanja Brjazović**

*Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment  
Bor, Srbija*

---

### Izvod

Cilj ovog rada je ispitivanje gledišta studenata Univerziteta u Beogradu na oblast naučnog istraživanja. Istraživanje je sprovedeno anketom u školskoj 2017/18 godini. Predmet ovog rada je istraživanje nedostatka motivacije studenata za istraživački rad. Istraživački rad može se posmatrati kao način za poboljšanje ličnog i profesionalnog razvoja pojedinca. Generalno, većina studenata, koji su učestvovali u anketi, ima iskustva u pisanju naučno-istraživačkog rada. Većina studenata, koji su učestvovali u anketi, visoko su rangirali sticanje novih znanja (širenje znanja) i razvijanje istraživačkih veština kao motiva. Rad prikazuje prikupljene podatke i predlaže moguće načine povećanja motivacije studenata za bavljenje naučnim istraživanjima.

***Cljučne reči:*** Anketiranje, Motivacija, Studenti, Istraživački rad, Naučno istraživanje

---

### 1. UVOD

Istraživanje nije skup dobro sklopljenih rečenica i fraza već jedna smisljena celina koja u sebi daje odgovor na pitanje koje je interesantna istraživačima u određenoj oblasti, a i šire, dok su neka istraživanja od interesa za celokupno društvo. Svako istraživanje ima početnu ideju koja čini vodilju u smeru u kome istraživanje treba da ide. Bazična stavka za svaki rad jeste da on u sebi mora da sadrži istraživanje, kao analizu i donošenje zaključka – sintezu (Bright, 1952).

Kontinuirani proces učenja treba da je stalna težnja studenata, zato što će im to pomoći i nakon završenih studija kada se zaposle. Sticanje „dobrih navika“, odnosno rutine učenja kroz učestvovanje na kongresima ili pisanje naučno – istraživačkih radova svakako se može navesti kao veliki plus za studenta.

Dakle, postavlja se pitanje kako motivisati buduće akademske građane da se bave naučno – istraživačkim radom, koji je, kako je već pomenuto koristan i za njih ali i za širu publiku kojoj je određena tema interesantna.

Zadatak stavljen pred autora ovog rada jeste da prikupi podatke o motivisanosti studenata Univerziteta u Beogradu za izradu samih radova. Ispitivanje je sprovedeno tokom školske 2017/18 godine i obavljeno je putem ankete.

### 2. ZNANJE KAO KAPITAL

Sticanje znanja je moguće uporediti sa sticanjem određene vrste kapitala (intelektualnog kapitala). Taj kapital donosi bolje plaćene poslove, donosi i bolje uslove na radu, a i prilikom samog zapošljavanja je veliki plus poznavanje određenih veština (MdZain et al., 2007).

---

\* Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu

Timski rad je veoma značajan za ljude zaposlene u istoj organizaciji. Zajednički radovi zahtevaju timski rad i veoma su zanimljivi poslodavcima. To je zbog toga, što svaka savremena organizacija nastoji da kod članova kolektiva stvori i ojača „timski duh“. Tim bilding (*engl.* team building) koji forsiraju moderne organizacije jeste odličan primer za to (Karajović, 2005).

U ovom radu se konkretno govori o tome da se tokom studija stekne motivacija za usavršavanje, kao i kasnije usavršavanje nakon sticanja diplome. Ovo je vrlo bitno, s obzirom da tek nakon završenih studija za mnoge tek počinje proces učenja – kroz praktično usavršavanje i primenu stečenog znanja. Studenti koji su se tokom školovanja više zainteresovali za neku oblast iz studentskog programa imaju veće šanse da u tom aspektu dalje napreduju. Svakako da je makar osnovno znanje iz svih predmeta koji se na određenom fakultetu uče neophodno, ali gotovo je nemoguće specijalizovati se za sve oblasti. Zato je bitno da postoji veće interesovanje, kod samog studenta, za određenu oblast. Upravo je lično interesovanje ključ uspeha za napredovanje (Suzić, 2005).

### 3. MOTIVACIJA

Motivacija predstavlja složenu oblast ljudskog ponašanja. Kada nam je nešto važno ili značajno, može se reći kada smo motivisani, kao pojedinci u stanju smo da uradimo mnogo više nego što možemo i da zamislimo. U zavisnosti od prisustva motivacije kao pokretačke sile, doći će do činjenja ili nečinjenja određene radnje kao rezultat motivisanosti ili nemotivisanosti (Janićijević, 2008).

Motivacija (*lat.* movere – kretati se) može se na neki način opisati kao sve ono što nas pokreće ka nekom cilju, sve ono što je neophodno za neko usmereno delovanje ili psihički proces zadovoljavanja potreba. Motivi proizilaze iz potreba, a potrebe su pokrenute ponašanjem. Glavni razlog zbog koga nešto radimo jesu upravo motivi. Proces motivacije je usmeren na budućnost i s time u vezi se ne može precizno definisati ovaj pojam (Marković, 2013).

U obrazovnom procesu motivacija predstavlja sve ono što određuje njegov smer, intenzitet i trajanje (Grgin, 1996).

Motivi nastaju iz određene potrebe, odnosno nedostatka, svedeno je da li se govori o psihološkom ili fiziološkom nedostatku. Sledeći korak je akcija i može se slobodno reći da sledeća faza predstavlja ostvareni učinak pojedinca. Taj ostvareni učinak dalje vodi ka zadovoljstvu pojedinca. Na samom kraju, postoji pretpostavka da zadovoljstvo pojedinca određenim učinkom i dobijenom nagradom ponovo dovesti do pojave motiva koji su potrebni za sledeći ciklus motivacije (Živković et al., 2005).



Slika 1. Motivacioni ciklusi (Živković et al., 2005)

Na kraju samo nije na odmet spomenuti da se ljudsko ponašanje, a samim tim i ljudski um angažovan i razvijen putem ljudske aktivnosti (Vigotski, 2002). Štaviše, Leontiev je istakao da je aktivnost čoveka motivisana biološkim ili kulturnim potrebama i da obuhvata tri nivoa (Leontijev, 1977). U ta tri nivoa koja pokreću ljudsku aktivnost spadaju

motivacija, akcija i stanje. To dalje znači da zapravo motivacija igra ključnu ulogu u humanom razvoju kao celini, a samim tim može i da doprinese ličnom i profesionalnom razvoju studenata u visokoobrazovnom okruženju.

#### 4. ISTRAŽIVANJE

Istraživanje predstavlja takozvanu igru razmišljanja, i prema O'Learyju (O'Leary, 2004) to je: "Kreativan i strateški proces koji podrazumeva stalno procenjivanje, preispitivanje i donošenje odluka o najboljim mogućim sredstvima za dobijanje poverljivih informacija, sprovođenje odgovarajuće analize i izvlačenje verodostojnih zaključaka."

Etimološka anketa (*fran.* enquête) znači istražiti. Anketa predstavlja tehniku prikupljanja podataka koja se primenjuje u društvenim naukama. Sprovodi se tako što veći broj ispitanika, koji čine uzorak, odgovara na pitanja u vezi sa nekim određenim problemom ili pojavom. Uzorak predstavlja skup izabranih jedinica posmatranja iz osnovnog skupa, sa ciljem da ga reprezentativno predstavi (Vidanović, 2006).

Tehnika anketiranja je korišćena za prikupljanje podataka i ispitivanje stavova studenata o naučno-istraživačkom radu. Prilikom anketiranja teži se da postavljena pitanja odgovaraju suštini određene pojave koja se istražuje kako bi se obezbedili odgovori ispitanika koji ukazuju na rešavanje istraživačkog problema. Istraživanje se može poistovetiti sa putem u nepoznato, zato što ukoliko bi znali dovoljno o predmetu istraživanja ne bi bilo potrebe za istraživanjem. Naravno, postoje i smernice na tom „putovanju u nepoznato“, pošto bi se bez njih vrteli u krug kao izgubljeni u magli. Te smernice su date u vidu metoda istraživanja i već napisanih radova o datoj temi, ali kao vodilja mogu poslužiti i radovi iz drugih oblasti, ukoliko su dovoljno inspirativni za autora (Grandov & Radovanović, 2016).

Anketna pitanja formulisana su na taj način da se prikupi što veći broj informacija o stavovima koje imaju studenti Univerziteta u Beogradu prema naučno – istraživačkom radu. Anketa je prosleđivana studentima tokom školske 2017/2018 godine i to putem mejla (*engl.* e-mail) i društvene mreže „Fejsbuk“ (*engl.* Facebook).

Odgovore koje su dali ispitanici su subjektivnog karaktera i opisuju lični stav i mišljenje o ovoj tematici.

Prvi deo je pilot studija – studija izvedena na manjem uzorku – ispitano je 10 studenata sa Univerziteta u Beogradu, i njihov zadatak je bio da navedu motive kojima se vode kada se upuštaju u naučno – istraživačku delatnost, kako bi se došlo do glavnih motivatora koji studente pokreću na aktivnost pisanja naučnih radova. Ovi studenti su studenti koji su ranije pisali naučne radove i imaju radove objavljene u studentskom časopisu.

Nabrojan je veći broj motiva kao glavnih pokretača studenata da se bave pisanjem naučno – istraživačkih radova. Neki motivi su bili identični, neki slični jedan drugome i iz tih razloga je integrisano i nabrojano 10 glavnih motiva koji obuhvataju sve prethodno navedene motive. Na osnovu dobijenih rezultata, glavni motivi za izradu naučno istraživačkog rada su sledeći:

1. Dobijanje vannastavnih poena.
2. Sticanje novih znanja (proširivanje znanja).
3. Intelektualno zadovoljstvo.
4. Razvijanje istraživačkih sposobnosti.
5. Unapređenje veština za rešavanje realnih problema.
6. Učestvovanje na konferencijama i izlaganje radova pred kolegama.
7. Mogućnost dobijanja nagrada, priznanja i slično.
8. Budući profesionalni uspeh.
9. Praćenje zahteva i inicijative profesora za dodatnim angažovanjem.
10. Sticanje dodatnih referenci koje će pomoći u nastavku studija i prilikom traženja posla.

Sledeći upitnik je sastavljen da bi se prethodno nabrojani motivi ocenili i da bi se odabrali najdominantniji motivi.

Zvuči razumno da uključivanje studenata u istraživačku aktivnost u ranim fazama njihovog obrazovanja može pomoći da neguju svoju buduću profesiju, imaju želju za znanjem, kao i želju da prošire svoje horizonte. Saradnja između starijih studenata i mlađih studenata može da doprinese razvoju veština rada. Bavljenje naučno – istraživačkim radom čini se bitno važnim kako bi se stimulisalo kritičko razmišljanje učenika, razvijala se njihova kompetentnost u istraživanju i njihovi pozitivni stavovi prema vlastitim istraživačkim projektima (Kozlova & Atamanova, 2013).

#### 4.1. Rezultati istraživanja

Na osnovu podataka dobijenih anketiranjem zaključeno je da je u istraživanju učestvovalo 95 studenata, od kojih je 27% muškog i 73% ženskog pola (26 muških osoba i 69 ženskih osoba). Najveći broj ispitanika je starosti između 22 i 26 godina što je prikazano u Tabeli 1.

Prosečna ocena najvećeg broja studenata se kreće u opsegu od 7.5 do 10. Od ukupnog broja anketiranih studenata najveći procenat studenata je na osnovnim akademskim studijama, čak 82%, 8% na master, a 5% na doktorskim studijama.

**Tabela 1.** Demografske karakteristike ispitanika

Pitanje		Broj studenata
Pol	Muški	26
	Ženski	69
Broj godina studenta	18 - 21	26
	22- 26	56
	26 i više	13
Nivo studija	Osnovne	82
	Master	8
	Doktorske	5
Prosečna ocena	6 – 7.5	23
	7.5 – 8.5	36
	8.5 - 10	36

Posle demografskih podataka prelazi se na deo koji je povezan sa naučno-istraživačkom delatnošću. Na osnovu podataka dobijenih anketiranjem može se zaključiti je da je veći broj studenata pisao naučno istraživačke radove, dok se 30 studenata izjasnilo da se nije bavilo pisanjem naučnih radova. Podaci su prikazani u Tabeli 2.

**Tabela 2.** Naučno istraživački rad

Da li ste do sada pisali naučno-istraživačke radove?	Da li je rad bio grupni ili individualni?	Broj studenata
Da – 65 studenata	Grupni	26
	Samostalni rad	22
	I jedno i drugo	17
Ne – 30 studenata	Nisam pisao/la radove	30

Sledeći deo ankete je prikazan u Tabeli 3 i odnosi se na motive i njihovo rangiranje. Kao najvažniji motiv izdvojen je „Sticanje novih znanja; proširivanje znanja“, zatim sledi „Razvijanje istraživačkih sposobnosti“. Dakle, veliki broj studenata je usmeren na

unutrašnje faktore prilikom obavljanja svojih istraživačkih projekata, oni se odnose na lične osobine, na intelektualno zadovoljstvo i unapređenje sopstvenih veština koje će pomoći u daljem školovanju ili radu. Najgore pozicioniran motiv jeste „Dobijanje vannastavnih poena“, dakle nijedan student se ne bavi naučno-istraživačkim radom samo zbog vannastavnih poena.

**Tabela 3.** Rangirani motivi

Motivi	Rang
Sticanje novih znanja/proširivanje znanja	1
Razvijanje istraživačkih sposobnosti	2
Intelektualno zadovoljstvo	3
Unapređenje veština za rešavanje realnih problema	4
...	
Sticanje dodatnih referenci koje će pomoći u nastavku studija i prilikom traženja posla	9
Dobijanje vannastavnih poena	10

Dobijeni rezultati istraživanja pokazuju da većina studenata koji započnu istraživačke projekte tokom studiranja (ovde govorimo o osnovnim, master i doktorskim akademskim studijama) jeste svesna važnosti sopstvenog istraživanja, proširenja znanja, razvijanja istraživačkih sposobnosti koje pomažu u daljem ličnom i profesionalnom razvoju. Studenti teže da prošire znanje, da se razvijaju na polju naučnih istraživanja, da razvijaju svoje istraživačke sposobnosti, računajući da će to biti korisno u budućnosti.

Manje su usmereni na spoljašnje faktore, kao što je praćenje zahteva i inicijative profesora za dodatnim angažovanjem na predmetu. Svaki student teži da istražuje teme i naučne oblasti koje su mu u sferi interesovanja, kako bi uspeo da se na tom polju razvije i osigura sebi kontinuiran rad i napredak na tom polju.

Traženo je mišljenje studenata da li naučno-istraživački rad može doprineti daljem školovanju, ili budućoj karijeri ili i školovanju i karijeri, ili pa da ne može uticati ni na jedan faktor od ponuđenih. Samo je 7 studenata od ukupnog broja anketiranih studenata odgovorilo da naučno istraživački rad ne može uticati ni na dalje školovanje i usavršavanje ni na buduću profesionalnu karijeru, što je prikazano u Tabeli 4.

**Tabela 4.** Lični stavovi

Smatram da istraživački rad utiče na	Broj studenata
Moje dalje školovanje	17
Moju buduću karijeru	19
I jedno i drugo	52
Nijedno od ovih ponuđenih	7

Pod pozitivnim stavom podrazumeva se stav da je naučno-istraživački rad koristan, da može doprineti razvoju nauke kao i ličnom usavršavanju i razvoju, zatim podrazumevaju se pozitivna prethodna iskustva tokom pisanja radova, označava stav da se studenti interesuju za naučno-istraživanje.



## **5. ZAKLJUČAK**

Bavljenje naučno-istraživačkim radom čini se bitno važnim kako bi se stimulisalo kritičko razmišljanje učenika, razvijala se njihova kompetentnost u istraživanju i njihovi pozitivni stavovi prema vlastitim istraživačkim projektima. Zaključak je da veliki broj studenata učesnika ove ankete visoko rangira kao motive sticanje novih znanja, odnosno proširivanje znanja i razvijanje istraživačkih sposobnosti, koji su dakle motivi najvišeg ranga. Ova činjenica je veoma ohrabrujuća, iz razloga što većina ispitanika uviđa značaj procesa stalnog učenja i usavršavanja koja može doneti samo dobro.

Pozitivno je što studenti visoko cene upravo one motive koji su i sa aspekta autora ovog rada najvažniji, ali postoje i manje popularni motivi. „Manje važni“ motivi studentima su mogućnost dobijanja nagrada priznanja i sl., učestvovanje na konferencijama i izlaganje radova pred kolegama. Mali broj studenata i ne pomišlja na učestvovanje na kongresima i eventualno osvajanje nagrada, što je zabrinjavajuće. Ukoliko naučno – istraživački rad osvoji nagradu to sa sobom nosi činjenicu da je kvalitet tog napisanog rada na veoma visokom nivou. Učestvovanjem na konferencijama i izlaganjem radova pred kolegama studenti imaju priliku da javno prikažu rezultate svog rada, povećaju svoje samopouzdanje i razmene ideje i mišljenja sa ostalim kolegama.

Zaključak je da bi se trebalo potencirati, po skromnom mišljenju, grupni rad tokom studija, kojim rukovode sami profesori, ali na način koji podstiče razvijanje kreativnosti i istraživačkog duha kod studenata. Ovaj rad je imao ograničenja, u smislu da su ispitivani samo studenti Univerziteta u Beogradu i motivi koji su istraživani su sastavljeni pomoću pilot ankete koju su popunili iskusni studenti koji su imaju publikovane radove. Rezultati ovog istraživanja mogu poslužiti kao podsticaj za sprovođenje obimnijeg i dubljeg istraživanja na ovu temu.

## **STUDENTS' MOTIVATION FOR RESEARCH WORK**

**Tanja Brjazović**

*University of Belgrade, Technical Faculty in Bor, Engineering Management Department  
Bor, Serbia*

---

### **Abstract**

The aim of this paper is examining the views of the University of Belgrade students towards the field of scientific research. The research was conducted via survey and it was conducted in 2017/18. The subject of this paper is lack of motivation among students for research work. Research work could be viewed as a way to improve personal and professional development of an individual. In general, the majority of students, who participated in the survey, have experience in writing scientific work. The majority of students, who participated in the survey, highly rank acquisition of new knowledge (expanding knowledge) and development of research skills as motives. The paper displays the collected data and suggests possible ways of increasing students' motivation for engaging in scientific research.

**Keywords:** *Survey, Motivation, Students, Research Work, Scientific Research*

---

### **LITERATURA / REFERENCES**

- Bright, W.E. (1952). An introduction to scientific research. McGraw-Hill. New York.
- Grandov, Z., Radovanović, T. (2016). Korišćenje naučnih metoda u društvenim istraživanjima. UDK: 001.8:303.1/.7. BIBLID: 0352-3713 33, (1-3): 1–11.
- Grgin, T. (1996). Edukacijska Psihologija. Naklada Slap. Jastrebarsko.
- Janicijević, N. (2008). Organizaciono ponasanje. Data Status Belgrade.
- Karajović, Ž. (2005). Timski rad u sistemu menadžmenta kvalitetom. Nacionalna konferencija o kvalitetu, Kragujevac.
- Kozlova, N., Atamanova, I. (2013). The development of undergraduates motivation for research work. Procedia - Social and Behavioral Sciences 93.
- Leontijev, A.N. (1977). Деятельность. Сознание. Личность. Москва: Политиздат
- Marković, E. (2013). Osobine ličnosti kao korelati motivacije za rad i spremnosti za permanentno obrazovanje. Filozofski fakultet u Beogradu.
- MdZain, S., Ab-Rahman, M.S. (2007). Motivation for research and publication: Experience as researcher and an academic. Faculty of Engineering and Built Environment. Universiti Kebangsaan Malaysia.
- O'Leary, Z. (2004). The essential guide to doing research. London: SAGE Publications Ltd.

Suzić, N. (2005). Animiranje studenata u univerzitetskoj nastavi. Fakultet poslovne ekonomije.

Vidanović, I. (2006). Rečnik socijalnog rada. Beograd.

Vigotski, L.S. (2002). История развития высших психических функций. In Л. С. Выготский, Психология, Москва: Издательство ЭКСМО-Пресс, 512-755.

Živković, Ž., Jelić, M., Popović, N. (2005). Osnove menadžmenta, Tehnički fakultet Bor.

## PRIMENA CPM TEHNIKE MREŽNOG PLANIRANJA U ZAPOŠLJAVANJU I OPTIMIZACIJI RADA\*

Jelena Kovačević

Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment  
Bor, Srbija

---

### Izvod

U radu je definisan problem optimizacije radne snage pomoću tehnike mrežnog planiranja. U tu svrhu je korišćena CPM tehnika mrežnog planiranja koja je primenjena prilikom razmeštanja i optimizacije radne snage. Optimizacija resursa izvršena je kroz dva pristupa: izračunavanjem najranijih početaka aktivnosti i izračunavanjem najkasnijih početaka aktivnosti. Takođe, rešenje problema je prikazano grafički koristeći gantograme i histograme. Nakon proračuna i analize zaključeno je da se projekat može realizovati u roku od 35 dana sa 10 radnika koji će biti angažovani u realizaciji projekta. Cilj ovog rada bio je prikazati primenu tehnika mrežnog planiranja kao uspešnu tehniku za efikasnu realizaciju projekata i optimizaciju radne snage.

**Ključne reči:** Tehnike mrežnog planiranja (TPM), Metoda kritičnog puta (CPM), Raspoređivanje radne snage, Optimizacija radne snage

---

### 1. UVOD

Kada su u pitanju veliki projekti sa obimnim brojem aktivnosti pojavile su se potrebe kontrolisanja i nadgledanja svih segmenata u projektu. Samim tim, došlo je do potrebe za osmišljavanjem načina koji bi potpomogao efikasnijem izvođenju projekata. U skladu sa navedenom problematikom formirane su metode kritičnog puta kao i tehnike za procenu i reviziju programa (Vukoša, 2016).

U današnje vreme kompanije se na tržištu suočavaju sa sve agresivnijim konkurentskim okruženjem. Samim tim planirane projekte je potrebno završiti u što kraćem periodu sa što manjim angažovanjem resursa (Mazlum & Guneri, 2015). Kako bi postigli konkurentnost na tržištu, kompanije moraju da projektima upravljaju efikasno i završe ih bez odlaganja. U ovu svrhu tehnika mrežnog planiranja se pokazala kao jedna od najefikasnijih. CPM kao tehnika mrežnog planiranja je veoma koristan alat je pomaže u efikasnom planiranju, zakazivanju, nadzoru tj. kontrolisanju. Ova tehnika određuje ukupnu količinu potrebnog vremena za obavljanje celokupnog posla. CPM definiše sve potrebne sekvencijalne staze rada kroz mrežu i označavanje najviše važnih putanja tzv. kritičnih putanja (Tatterson & Wood, 1974). Predložena CPM tehnika je od pomoći u određivanju trajanja i rokova izvršavanja zadataka pod uslovima određenog krajnjeg roka (Radziszewska-Zielinaa & Sroka, 2017).

U ovoj studiji, primenjena je klasična CPM tehnika, koja je ujedno i tehnika projektnog menadžmenta. Na kraju studije, rezultati će biti analizirani. U studiji je takođe odrađeno i raspoređivanje i optimizacija radne snage .

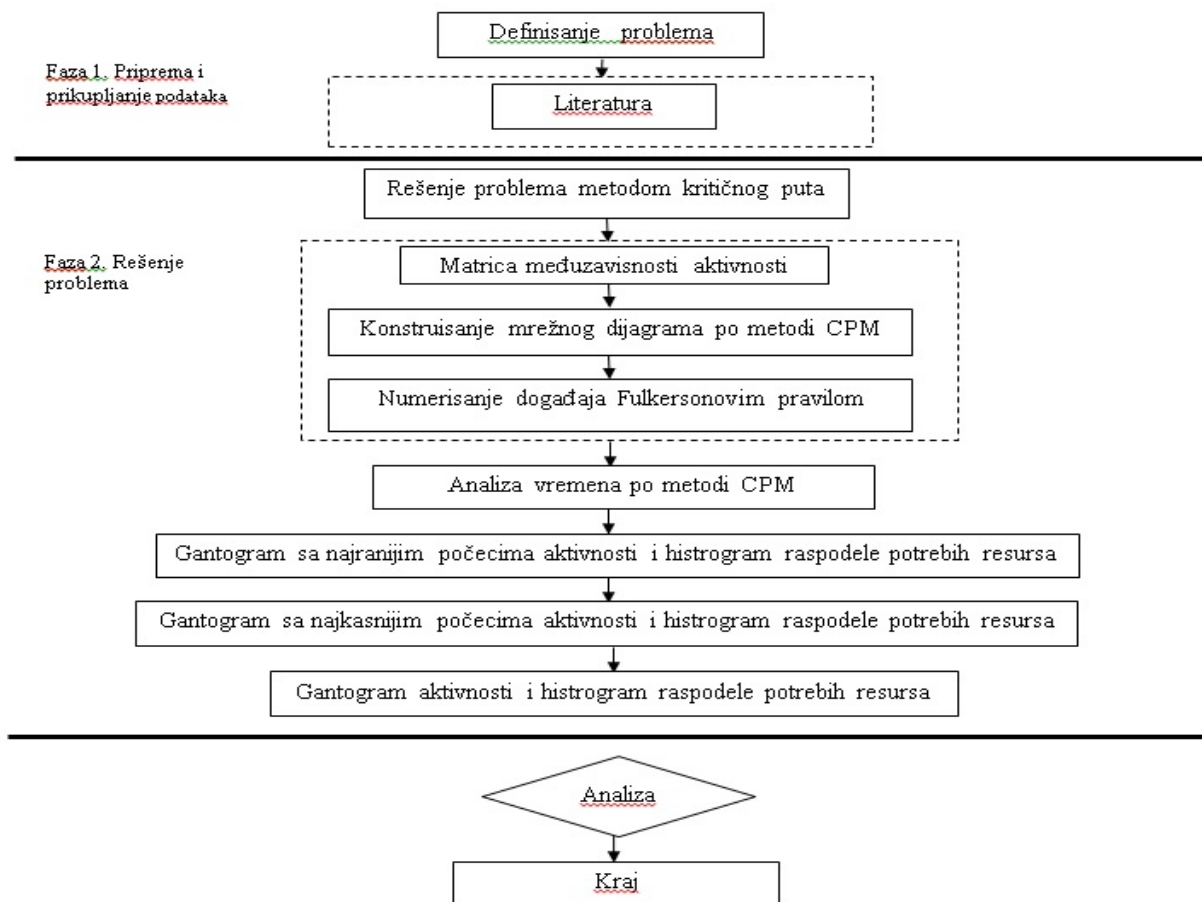
---

\* Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu

## 2. TEORIJSKO-METODOLOŠKE POSTAVKE RADA

### 2.1. Tok istraživanja i metodološka zasnovanost

U ovom istraživanju primenjena je tehnika mrežnog planiranja u analizi resursa i optimizaciji radne snage. Samo istraživanje razvijeno je u nekoliko osnovnih koraka, koji sistematično opisuju tok primene predložene tehnike. Šema istraživačkog toka rada data je na Slici 1.



Sika 1. Faze primene CPM tehnike

### 2.2. Teorijske postavke rada

Razvoj metoda mrežnog planiranja počeo je pedesetih godina prošlog veka u svrhu lakšeg i pouzdanijeg praćenja odvijanja projekta, predviđanja projekta kao i predviđanja mogućih izvora problema i koordiniranja aktivnosti u projektu kako bi se izbeglo kašnjenje (Vukoša, 2016). Jedna od takvih tehnika je i CPM tehnika (*engl.* Critical Path Method), koja se koristi u analizi projekta. Ova tehnika daje vizualnu informaciju menadžeru u smislu procenjenog trajanja aktivnosti, pravca realizacije projekta i same kontrole projekta tj. pregleda delova koji funkcionišu kao i načina za rešavanje problema nefunkcionalnih delova (Tatterson & Wood, 1974). Može se reći da je CPM tehnika korisna kada god proces zahteva veliki broj odvojenih ali integrisanih informacija, i kao takva daje sliku o celokupnom procesu (Lester, 2017). Jedna od najvažnijih prednosti determinističke pretpostavke CPM tehnike je olakšavanje upotrebe modela optimizacije za trgovanje vremenom i troškovima i ukoliko nije pojačan modulom rizika, CPM zahteva dosta jednostavniji unos od PERT metode (Trietsch & Baker, 2012). Srž CPM tehnike se sastoji

u pronalaženju kritičnog puta ujedno i najdužeg puta u mrežnom dijagramu projekta, iz razloga što taj put sadrži informacije o tome koliko je vremena potrebno da se završi projekat (Monhor, 2011). Metoda kritičnog puta se primenjuje onda kada je vreme trajanja pojedinih aktivnosti u projektu poznato i može se jednoznačno odrediti (Vukoša, 2016).

Kritični put predstavlja put koji (Kurić, 2011):

- je niz kritičnih aktivnosti koje polaze od prvog događaja u mrežnom dijagramu i idu do poslednjeg događaja;
- ima najduže vreme trajanja od svih puteva u mreži;
- nema vremenske rezerve i definiše trajanje celog projekta.

Analiza kritičnog puta daje sledeće informacije (Wong, 1964):

- pokazuje veze između aktivnosti (zadataka);
- predviđa očekivano vreme trajanja svake pojedine aktivnosti u projektu;
- izračunava verovatnost završetka u roku;
- određuje optimalno vreme trajanja projekta, količinu troškova;
- ukazuje na opravdanost realizacije projekta;
- procenjuje alternativne strategije i pristupe;
- proverava napredak aktivnosti, kako bi uočila odstupanja od originalnih planova i ciljeva;
- prognozira uska grla;
- izvodi simulaciju testnog rada sistema;
- preoblikuje i redizajnira projekt s revidiranim podacima.

CPM tehnika ima sledeću svrhu (Kurić et al., 2014):

- Da izračunate datum završetka projekta;
- Identifikovati u kojoj meri svaka aktivnost u rasporedu se može pomeriti (plutati) bez odlaganja projekta;
- Identifikovati aktivnosti sa najvećim rizikom, tj. one koji ne mogu da se pomere a da ne utiču na rok za završetak projekta.

### **3. PRIMENA TEHNIKE MREŽNOG PLANIRANJA U ANALIZI RESURSA I OPTIMIZACIJI RADNE SNAGE**

#### **3.1. Definisane probleme**

Analizom projekta, sačinjena je sledeća strukturna tabela:

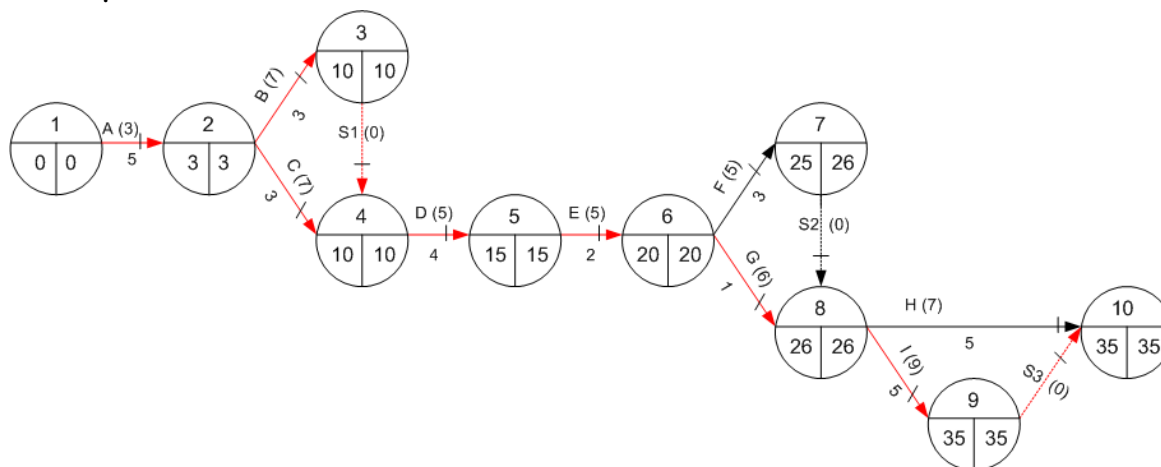
**Tabela 1.** Strukturna tabela

Posmatrane aktivnosti	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Prethodne aktivnosti	/	A	A	B,C	D	E	E	F,G	F,G
Vreme trajanja (dan)	3	7	7	5	5	5	6	7	9
Resursi (radnici)	5	3	3	4	2	3	1	5	5

## 4. REŠENJE PROBLEMA METODOM KRITIČNOG PUTA

### 4.1. Konstruisanje mrežnog dijagrama po metodi CPM

U sledećem koraku, nakon formirane strukturne tabele aktivnosti konstruisan je mrežni dijagram (Slika 2) pomoću CPM metode.

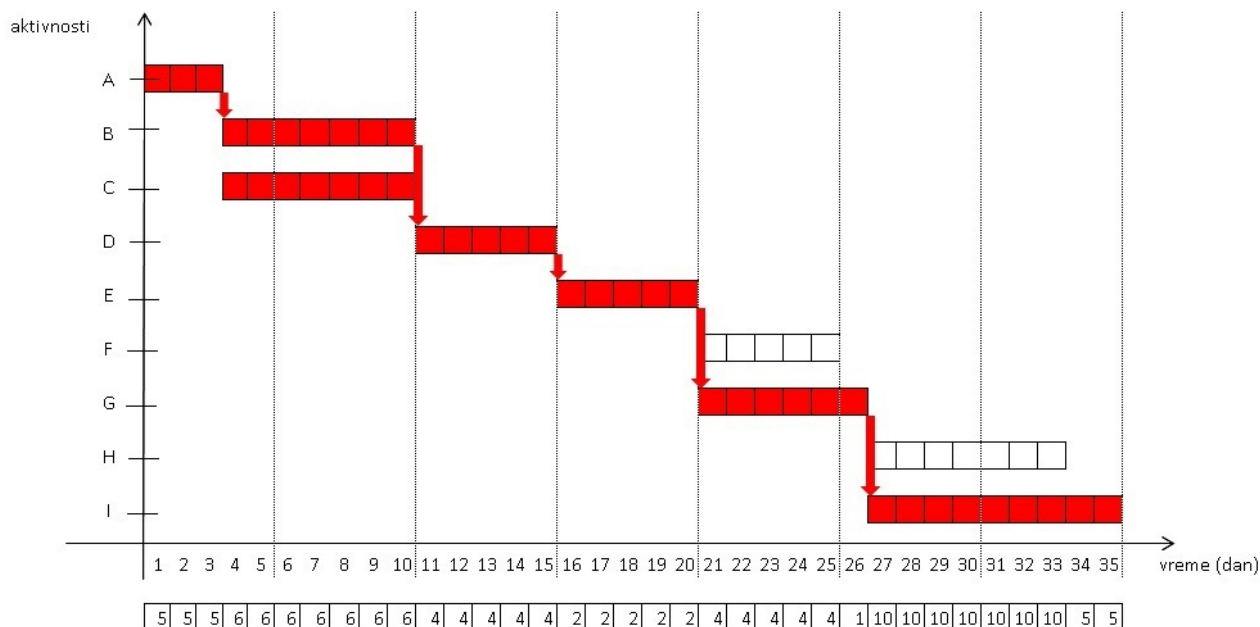


Slika 2. Mrežni dijagram i CPM

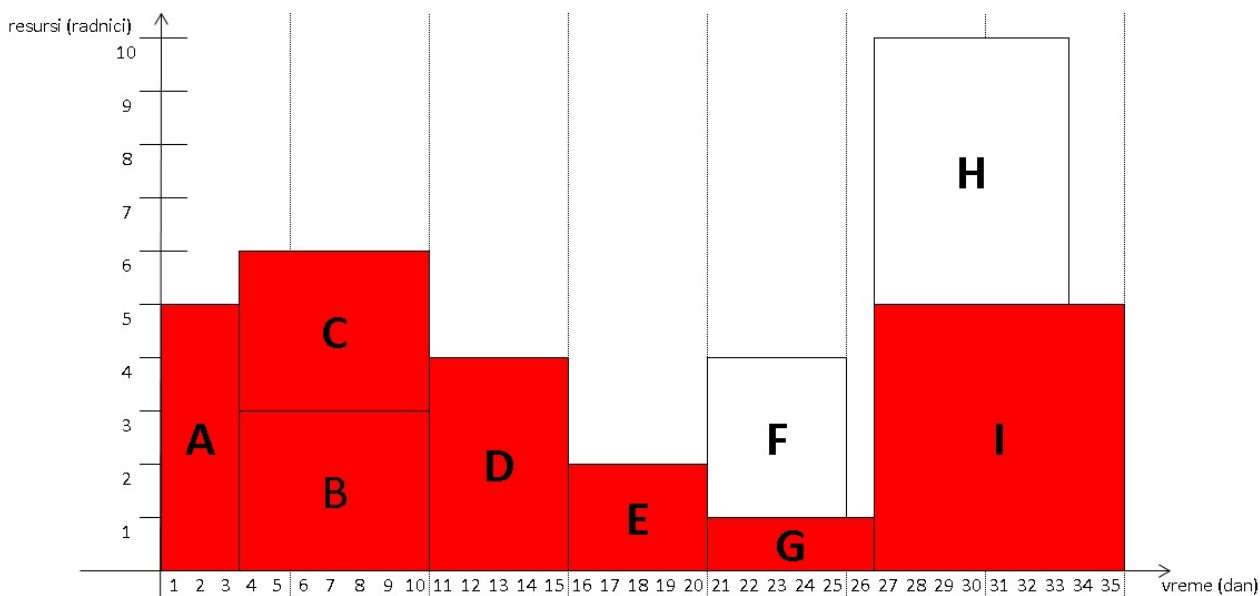
Na mrežnom dijagramu prikazane su aktivnosti sa njihovim najranijim/najkasnijim počecima/završecima. Aktivnosti su numerisane retrospektivno slovnim oznakama od A-I, vreme trajanja datih aktivnosti prikazan je u zagradama pored naziva aktivnosti dok je ispod putanja prikazan broj radnika koji je neophodan da se data aktivnost uspešno završi. Nakon odrađenog proračuna najranijeg/najkasnijeg početka/završetka aktivnosti određen je kritični put ( $\pi_c$ ) u mrežnom dijagramu, koji ujedno predstavlja i najduži put koji sačinjavaju aktivnosti koje nemaju vremenskih rezervi, kao i vreme za koje se može realizovati prikazani projekat ( $T_p$ ). Na osnovu Slike 2 može se zaključiti da postoje dva kritična puta:  $\pi_c = A-B-D-E-G-I$  i  $\pi_c = A-C-D-E-G-I$ , a ukupno trajanje projekta iznosi  $T_p = 35$  dana.

### 4.2. Gantogram sa najranijim/najkasnijim počecima aktivnosti i histogram raspodele potrebnih resursa

Podatke dobijene proračunom najranijeg/najkasnijeg početka/završetka aktivnosti i određenog kritičnog puta ( $\pi_c$ ), možemo pokazati i grafičkim putem. Na Slici 3 prikazani su a) gantogram sa najranijim počecima aktivnosti i b) histogram raspodele radne snage sa najranijim počecima aktivnosti.



Slika 3. a) Gantogram sa najranijim počecima aktivnost

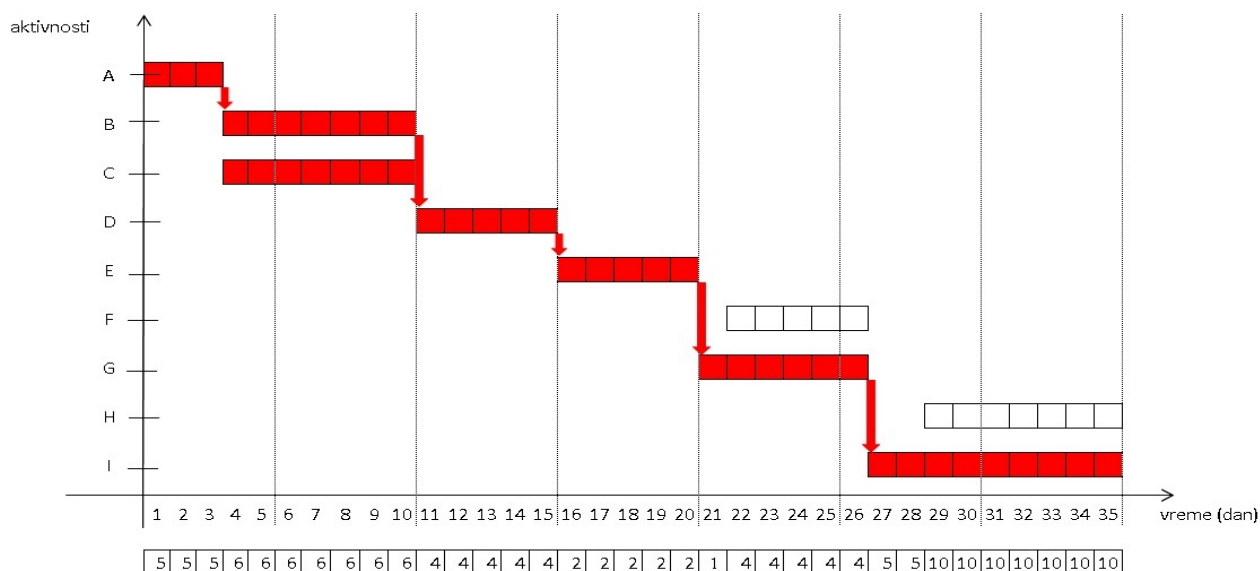


Slika 3. b) Histogram raspodele radne snage sa najranijim počecima aktivnosti.

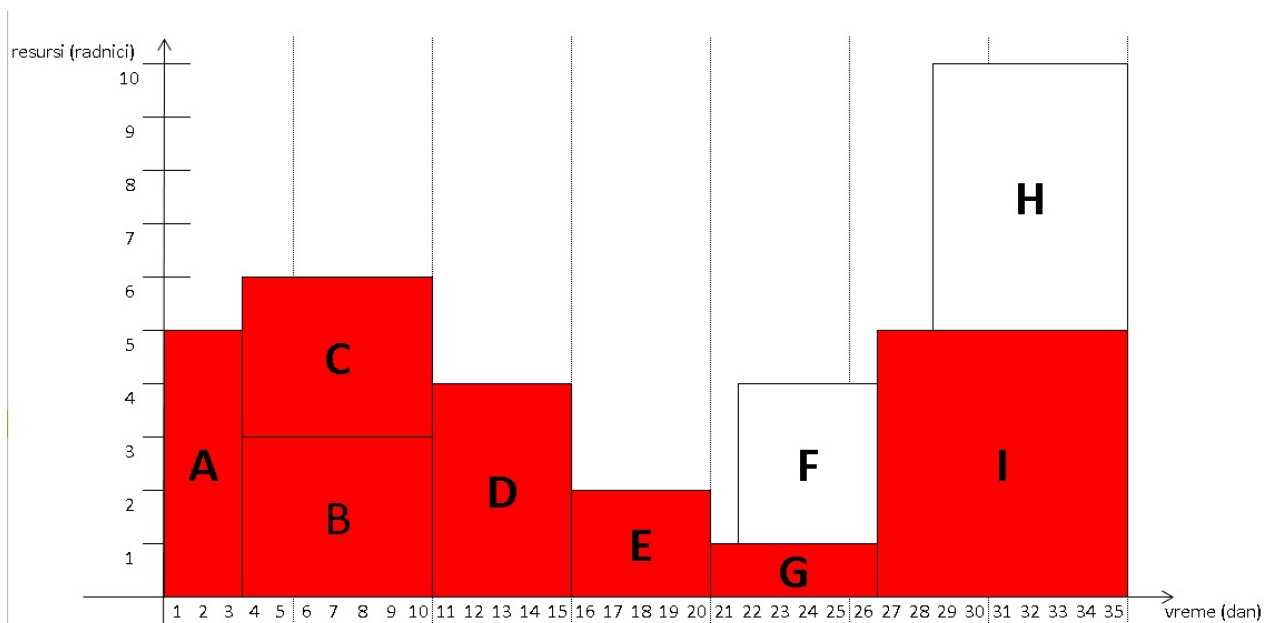
#### 4.3. Gantogram sa najkasnijim počecima aktivnosti i histogram raspodele potrebnih resursa

Pored grafičkog prikaza podataka na osnovu najranijih početaka aktivnosti možemo prikazati podatke i na osnovu najkasnijih početaka aktivnosti. Na Slici 4 prikazani su a) gantogram sa najkasnijim počecima aktivnosti i b) histogram raspodele radne snage sa najkasnijim počecima aktivnosti.





Slika 4. a) Gantogram sa najkasnijim počecima aktivnosti



Slika 5. b) Histogram raspodele radne snage sa najkasnijim počecima aktivnosti.

## 5. DISKUSIJA REZULTATA

Prema proračunu najranijih aktivnosti, na osnovu Slike 3, može se zaključiti da je broj radnika koje treba angažovati 10, da bi se projekat realizovao u periodu od 35 dana, prema najranijim počecima aktivnosti. U prva tri dana potrebno je angažovati 5 radnika. U periodu od četvrtog do desetog dana potrebno je angažovati 6 radnika. Narednih pet dana potrebno je angažovati 4 radnika. Od šesnaestog do dvadesetog dana neophodno je angažovati svega dva radnika. Nakon toga od dvadesetprvog do dvadesetpetog dana potrebno je angažovati ukupno četiri radnika. Dvadesetšestog dana potrebno je angažovati samo jednog radnika. U narednih sedam dana neophodno je angažovati svih 10 radnika, dok je u zadnja dva dana trajanja projekta neophodno angažovati po 5 radnika dnevno.

Na osnovu Slike 3 i Slike 4 može se zaključiti da ne postoji velika razlika između dva prikaza jer je broj radnika koje treba angažovati da bi se projekat realizovao u periodu od 35 dana, prema najkasnijim počecima aktivnosti, takođe 10. Prema proračunu najkasnijih aktivnosti, na osnovu Slike 4, može se zaključiti da je u prva tri dana potrebno je angažovati 5 radnika. U periodu od četvrtog do desetog dana potrebno je angažovati 6 radnika. Narednih pet dana potrebno je angažovati 4 radnika. Od šesnaestog do dvadesetog dana neophodno je angažovati svega dva radnika. Dvadeset prvog dana potrebno je angažovati svega jednog radnika. Nakon toga u periodu od dvadesetdrugog dana do dvadesetšestog dana potrebno je angažovati ukupno četiri radnika. Dvadesetsedmog i dvadesetosmog dana potrebno je angažovati 5 radnika. U poslednjih sedam dana projekta neophodno je angažovati svih 10 radnika.

## **6. ZAKLJUČAK**

Do rešenja datog problema došli smo uz pomoć mrežnog dijagrama, na osnovu koga smo odredili potrebno vreme realizacije projekta koje iznosi 35 dana. Takođe određen je i kritični put koji ujedno predstavlja i najduži put koga sačinjavaju aktivnosti bez vremenskih rezervi. Treba napomenuti da postoje dva kritična puta. Putanja kritičnih puteva odvija se preko sledećih aktivnosti :  $\pi_c = A-B-D-E-G-I$  i  $\pi_c = A-C-D-E-G-I$ . Realizacija ovog projekta može se izvršiti angažovanjem 10 radnika, korišćenjem oba pristupa, kako raspodelom radne snage prema najranijim počecima aktivnosti tako i raspodelom radne snage prema najkasnijim počecima aktivnosti. Analizom histograma najranijih/najkasnijih početaka aktivnosti možemo zaključiti da je projekat moguće realizovati sa 10 radnika. Međutim, prema raspodeli resursa prema najranijim počecima aktivnosti, u periodu od šesnaestog do dvadesetog dana i dvadesetšestog dana postoji velika neiskorišćenost resursa. Slična situacija je i prema raspodeli resursa prema najkasnijim počecima aktivnosti gde u periodu od šesnaestog do dvadesetprvog dana, takođe, postoji velika neiskorišćenost resursa.

## **APPLICATION OF CPM NETWORK PLANNING TECHNIQUES IN DEPLOYMENT AND OPTIMIZATION OF WORKFORCE**

**Jelena Kovačević**

*University of Belgrade, Technical Faculty in Bor, Engineering Management Department  
Bor, Serbia*

---

### **Abstract**

In this paper, the problem of workforce optimization is defined using the network planning technique. For this purpose, the CPM technique of network planning was used, which was applied in the deployment and optimization of the workforce. The resource optimization was carried out through two approaches: through the calculation of the earliest beginnings of the activity and through the calculation of the most recent beginnings of the activity. Also, the solution of the problem is shown graphically using gantry maps and histograms. After the calculations and the analysis, it was concluded that the project can be realized within a period of 35 days with 10 workers who will be engaged in the realization of the project. The aim of this paper was to demonstrate the application of network planning techniques as a successful technique for efficient project realization and optimization of workforce.

**Keywords:** *Network planning technique (NPT), Critical Path Method (CPM), Deployment of labor force, Workforce optimization*

---

### **LITERATURA / REFERENCES**

- Kurij, K. (2011). Alogrith of analysis critical path with defuzzification total float time of each activities, Fakultet za građevinski menadžment, Beograd.
- Kurij, V.K., Milajić, V.A., Beljaković, D. (2014). Analysis of Construction Dynamic Plan Using Fuzzy Critical Path Method, *Tehnika – naše građevinarstvo*, 69(2), 209-215.
- Lester, A. (2017). *Project Management, Planing and Control: Managing Engineering, Construction and Manufacturing Projects to PMI, APM and BSI Standards*, Butterworth-Heinemann.
- Mazlum, M., Güneri, A.F. (2015). CPM, PERT and project management with fuzzy logic technique and implementation on a business, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 210, 348-357.
- Monhor, D. (2011). A new probabilistic approach to the path criticality in stochastic PERT, *Central European Journal of Operations Research*, 19(4), 615-633.
- Radziszewska-Zielina, E., Sroka, B. (2017). Linearised CPM-COST model in the planning of construction projects, *Procedia engineering*, 208, 129-135.
- Tatterson, J.W., Wood, D.F. (1974). PERT, CPM and the Export Process, *Omega*, 2(3), 421-426.

Trietsch, D., Baker, K.R. (2012). PERT 21: Fitting PERT/CPM for use in the 21st century, *International journal of project management*, 30(4), 490-502.

Vukoša, L. (2016). Računanje trajanja projekta CPM i PERT metodama, University of Zadar, Department of Economics.

Wong, Y. (1964). Critical Path Analysis for New Product Planning, *Journal of Marketing*, 28(4), 54.

## PLANIRANJE I RASPODELA RADNE SNAGE PRILIKOM IZGRADNJE TRŽNOG CENTRA \*

Nina Mladenović, Tamara Janković

Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment  
Bor, Srbija

---

### Izvod

U ovom radu je vršeno planiranje i raspoređivanje radne snage na hipotetičkom primeru izgradnje tržnog centra. U tu svrhu korišćena je metoda kritičnog puta (CPM). Zadatak projekta treba da se realizuje u datom roku (90 dana), uz raspoloživu homogenu radnu snagu (20 radnika). Na osnovu analize resursa, planiranja i raspoređivanja radne snage sa počecima koji su najraniji/najkasniji, zaključili smo da se uslovi ne mogu ispuniti. Daljim planiranjem i raspoređivanjem radne snage i korišćenjem heurističke metode, postignuta je željena optimizacija.

**Ključne reči:** Tehnike mrežnog planiranja, CPM, Raspoređivanje radne snage, Gantogram, Histogram

---

### 1. UVOD

Svaki posao građevinskih preduzeća iziskuje detaljno planiranje svih aktivnosti, odnosno, zahteva pisanje projekta. Projekat predstavlja proces koji se sastoji od skupa aktivnosti sa jasno određenim ciljem koji treba postići u zadatom vremenskom periodu uz korišćenje raspoloživih, ograničenih resursa. Ciljevi projekta podrazumevaju ono što treba da se postigne da bi se ispunili dogovoreni zahtevi projekta i njih bi trebalo jasno definisati na početku (Jovanović, 2018). Kao pomoć za planiranje i realizaciju projekta koriste se razne metode iz tehnike mrežnog planiranja. Primenom tehnike mrežnog planiranja poboljšava se planiranje procesa realizacije složenih projekata i povećava efikasnost upravljanja tim procesima. Ova metodologija je obavezna za analizu preuzetih obaveza pri sklapanju ugovora, kontroli izvršenja rokova i analizi troškova realizacije projekta (Brandenberger & Konrad, 1965), kao i kod racionalnog usklađivanja svih potrebnih resursa i koordinacije obavljanja potrebnih aktivnosti da bi se određeni projekat realizovao na najefikasniji način (Jovanović, 2018). U tu svrhu, u ovom radu, koristi se metoda kritičnog puta (*engl.* Critical Path Method), tehnika za ocenu i pregled programa za projekte u kojima se može tačno definisati trajanje svake aktivnosti. Nakon analize vremena, CPM metodom, na konkretnom primeru izgradnje tržnog centra. Prikazan je problem planiranja i raspoređivanja radne snage putem histograma, ali i uz pomoć gantograma (Brandenberger & Konrad, 1965). Cilj rada jeste završetak projekta u planiranom roku što se rešava metodom optimizacije radne snage koja se zasniva na odlaganju, odnosno, pomeranju izvršenja aktivnosti, odnosno na preraspodeli raspoložive radne snage.

---

\* Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu

## 2. METODOLOGIJA RADA

### 2.1. Tehnika mrežnog planiranja

Složeni projekti, kao oni u građevinarstvu, sastoje se iz velikog broja poslova, koji su po strukturi različiti ali su vremenski međusobno uslovljeni. Za uspešno upravljanje ovako složenim projektima, treba predvideti sve poslove koje treba obaviti, odrediti izvršioce i obezbediti potpunu koordinaciju svih učesnika u realizaciji. Upravo za ove potrebe, krajem šeste decenije prošlog veka, razvijen je skup metoda koje se koriste za planiranje, praćenje i kontrolu realizacije projekta – Tehnika mrežnog planiranja. Metode su zasnovane na rezultatima matematike, statistike i računarskih nauka i omogućavaju precizno odvajanje analize strukture projekta od analize vremena, čime je povećana efikasnost upravljanja procesima. Postoje četiri faze u planiranju realizacije svakog složenog zadatka: analiza strukture, analiza vremena, planiranje resursa i analiza troškova (Jovanović, 2018). Osnovne metode tehnike mrežnog planiranja su (Jovanović, 2005):

- CPM (*engl.* Critical Path Method) – Metod kritičnog puta;
- PERT (*engl.* Program Evaluation and Review Tehnique) – Metoda ocene i revizije programa aktivnosti;
- PDM (*engl.* Precendenc Diagramming Method) – Metod prvenstva.

### 2.2. Metod kritičnog puta

Metod kritičnog puta (CPM) ili analiza kritičnih putanja je matematički bazirani algoritam za planiranje skupa projektnih aktivnosti. To je važan alat za efikasno upravljanje projektima. Najčešće se koristi u svim oblicima projekata, uključujući izgradnju, razvoj softvera, istraživačke projekte, razvoj proizvoda, inženjering i održavanje postrojenja. Može se primeniti na svaki projekat sa međuzavisnim aktivnostima (Weber, 2005). CPM je jedinstveni alat koji pruža dobar pristup planiranju izgradnje fokusirajući se na načine na koji se metodom kritičnog puta mogu koristiti za odgovor na važna pitanja koja se pojavljuju na gotovo svakom građevinskom projektu. Metoda kritičnog puta je tutor za planiranje izgradnje, pomaže izvođačima da ispune današnje sve veće zahteve za poboljšanjem operativne efikasnosti i povećanjem profitabilnosti. Raspored izgradnje u velikoj meri zavisi od veštine organizatora i odgovornih učesnika i utiče na efikasnost, troškove i ukupan uspeh ili neuspeh projekta (East, 2015).

Ova metoda može pomoći u sledećem: da se projekti zadrže na pravom putu; da se identifikuju aktivnosti koje treba da se završe na vreme kako bi ceo projekat ispunio zadati rok; da se uvidi koliko se koji zadatak može odložiti bez uticaja na ukupni raspored (njihovi najraniji i najkasniji počeci i završeci); i da se izračuna minimalni vremenski period koji je potreban za završetak projekta. Iz ovoga se može zaključiti da je metoda kritičnog puta važan alat za upravljanje projektom. Njom se može izračunati kritični put i raspored aktivnosti sa najdužim trajanjem. Kašnjenje bilo koje od tih aktivnosti rezultiraće kašnjenje celog projekta (Purkayastha, 2011). Projekat može imati nekoliko, paralelnih kritičnih puteva. Dodatni paralelni put kroz mrežu sa ukupnom dužinom koja je kraća od kritične putanje naziva se podkritična ili nekritična putanja (Fondahl, 1961).

Određeni zadaci moraju biti završeni pre nego što drugi mogu početi. Kada su zadaci isplanirani, izvođač će znati kada svaki podizvođač treba da počne sa radom i za koliko će svaki podizvođač moći da završi svoj posao bez uticaja na rad drugih podizvođača ili odlaganja završetka celog projekta. Kritični put bi u ovom slučaju pokazao šta je potrebno da se uradi i kojim redosledom zadataka, onaj put koji traje najduže i koji stoga određuje minimalno vreme u kojem se projekat može završiti. Ostali događaji koji nisu direktno

zavisni od završetka prethodnih događaja, mogu se izvoditi istovremeno, pa tako izvođač mora odrediti sekvencijalni ili istovremeni odnos između svih događaja. Da bi se to uradilo, svakoj od aktivnosti se moraju dodeliti vremenske vrednosti za koje će se one ostvariti (Tatterson & Wood, 1974).

### **2.2.1. Analiza strukture**

Analiza strukture u planiranju podrazumeva ispitivanje redosleda i međuzavisnosti svih aktivnosti koje se povezuju u jedan grafički model – mrežni dijagram. Da bi se izvršila analiza strukture potrebno je: napraviti listu svih aktivnosti u projektu, odrediti njihovu zavisnost i vremenske uslove; konstruisati mrežni dijagram po određenim pravilima (Jovanović, 2018).

Spisak aktivnosti je niz svih poslova i postupaka koji moraju da se izvedu u toku realizacije projekta (Brandenberger & Konrad, 1965). Svaka aktivnost je deo projekta kao ukupnog zadatka koji čini jednu celinu i predstavlja jedan od osnovnih elemenata mrežnog dijagrama (Jovanović, 2018). Tehnika mrežnog planiranja podrazumeva da su svi radovi bar delimično nekome poznati tj. da su negde propisani i da je najvažnije odrediti njihov raspored odnosno konstruisati mrežni dijagram (Brandenberger & Konrad, 1965).

Mrežni dijagram je grafički prikaz realizacije projekta koji odražava međuzavisnost svih aktivnosti i događaja projekta (Jovanović, 2018). On ima jedan početni i jedan završni događaj, a pri konstruisanju se vrši uključivanje svake aktivnosti po određenom rasporedu (Brandenberger & Konrad, 1965). Postoji dijagram orijentisan aktivnostima i dijagram orijentisan događajima. U praksi se više koristi mrežni dijagram orijentisan aktivnostima. Na njemu su prikazane sve aktivnosti projekta, predstavljene strelicama koje pokazuju njihov smer odvijanja (Jovanović, 2018).

### **2.2.2. Analiza vremena**

Analiza vremena obuhvata procenu i utvrđivanje vremena koje je potrebno za izvršenje pojedinih aktivnosti, kao i određivanje vremenskih parametara na osnovu kojih se kontroliše vreme odvijanja projekta i utiče na poštovanje rokova (Jovanović, 2018). Analiza vremena u CPM metodi vrši se u tri koraka (Brandenberger & Konrad, 1965):

- određivanje vremena trajanja aktivnosti,
- progresivni i retrogradni proračun vremena (napred-nazad),
- pronalaženje kritičnog puta i vremenskih rezervi.

Precizno određivanje vremena trajanja aktivnosti uslovljeno je opisom postupaka i potrebnih resursa za njihovo izvršenje. Treba uzeti u obzir broj radnika, njihovu kvalifikaciju i način rada.

### **2.2.3. Planiranje resursa**

Planiranje resursa obuhvata planiranje materijala, opreme i radne snage potrebne za realizaciju projekta. Najpre se vrši definisanje broja potrebnih radnika različitih profila, zatim optimizacija rasporeda radnika na pojedine poslove uz odgovarajuće planove i izveštaje, a osnova za planiranje resursa je mrežni plan. Kao poseban podproces ovo planiranje se odvija kroz sledeće aktivnosti:

- utvrđivanje potrebnih količina pojedinih resursa,
- određivanje vremenskih termina kada su resursi potrebni,
- obezbeđenje potrebnih resursa.

Raspoređivanje radne snage bazira se na određivanju najpovoljnijeg rasporeda angažovanja radnika. S obzirom da potrebni radnici za realizaciju nekih aktivnosti nisu uvek raspoloživi u odgovarajućem broju i u potrebnim periodima potrebno je da se izvrši optimalna raspodela raspoloživih kadrova. Takva raspodela naziva se metodom optimizacije radne snage, koja se zasniva na odlaganju, odnosno pomeranju izvršenja pojedinih aktivnosti kako bi se oslobodio deo prekobrojnih radnika koji se mogu rasporediti na aktivnosti gde ti kadrovi nedostaju, sa ciljem da ukupno vreme, kao i troškovi projekta, budu što manji (Jovanović, 2018).

### 3. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

Građevinsko preduzeće sklopilo je ugovor o izgradnji tržnog centra. Od svojih poslodavaca preduzeće je dobilo informaciju da je projekat potrebno realizovati u roku od tri meseca (90 dana). Građevinsko preduzeće trenutno raspolaže sa 20 radnika, koji će biti raspoređeni na svim planiranim poslovima izgradnje.

Napravljen je plan aktivnosti, njihove uslovljenosti i trajanje svake od aktivnosti, kao i broj radnika potrebnih za svaku aktivnost da bi se ispunilo njihovo planirano vreme trajanja.

Građevinsko preduzeće je u obavezi da izvrši određena planiranja i proračune kako bi uvidelo da li je sposobno da ispuni zadate ciljeve sa trenutnim uslovima.

Aktivnosti koje je potrebno izvršiti prilikom izgradnje tržnog centra su sledeće:

- A- Uređenje (priprema) gradilišta;
- B- Izrada privremenih (pomoćnih) objekata;
- C- Dovodjenje struje i vode na gradilište;
- D- Postavljanje temelja;
- E- Izgradnja zidova;
- F- Postavljanje krova;
- G- Nameštanje stolarije (prozori, vrata);
- H- Infrastruktura u lokaluu;
- I- Uređenje lokala (molerski i parketerski radovi)
- J- Opremanje lokala;
- K- Izgradnja parkinga;
- L- Uređenje okoline (travnata površina, igralište, "bašta").

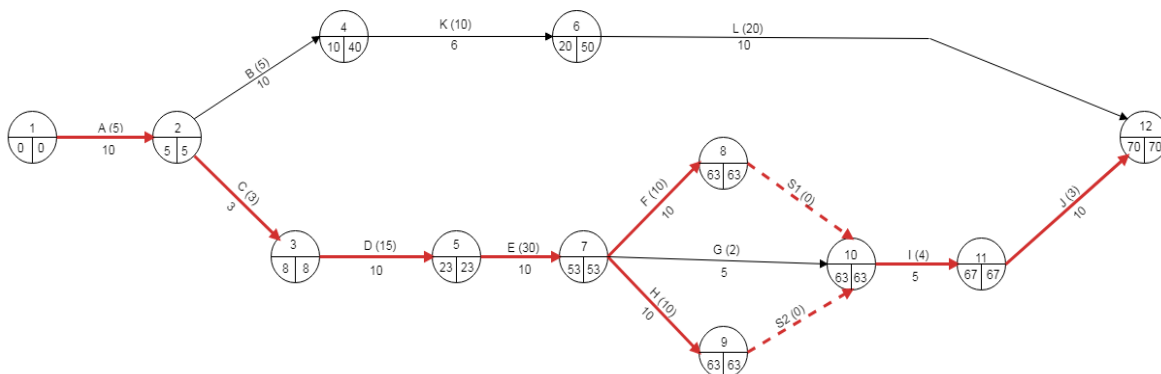
U Tabeli 1 prikazana je matrica međuzavisnosti aktivnosti, njihovo trajanje i potreban broj radnika.

**Tabela 1.** Matrica međuzavisnosti aktivnosti

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A		X	X	X							X	
B											X	
C				X								
D					X							
E						X	X	X				
F									X			
G									X			
H									X			
I										X		
J												
K												X
L												
Vreme trajanja (dani)	5	5	3	15	30	10	2	10	4	3	10	20
Resursi (radna snaga)	10	10	3	10	10	10	5	10	5	10	6	10



Mrežni dijagram realizacije projekta sa proračunom vremena trajanja aktivnosti i potrebnim brojem radnika prikazan je na Slici 1.



Slika 1. Mrežni dijagram sa proračunom vremena

Sa dijagrama se vidi da postoje dva kritična puta, prvi se sastoji od aktivnosti A–C–D–E–F–S1–I–J, a drugi A–C–D–E–H–S2–I–J. Proračunom došlo se do ukupnog trajanja projekta – 70 dana.

U nastavku su predstavljene vremenske rezerve aktivnosti na projektu (Tabela 2). Ukupna vremenska rezerva ( $R_{ij}^U$ ) – od maksimalno dozvoljenog vremena trajanja aktivnosti oduzima se vreme trajanja te aktivnosti. Formula 1 pokazuje za koliko se može pomeriti vreme najranijeg početka aktivnosti, a da se pri tome rok završetka ne promeni.

$$\Delta u_{ij} = R_{ij}^U = t_j^1 - t_i^0 - t_{ij} \quad (1)$$

Slobodna vremenska rezerva ( $R_{ij}^S$ ) – formulom 2 može se izračunati za koliko se može produžiti trajanje neke aktivnosti a da sve naredne aktivnosti zadrže najranije vreme početka.

$$\Delta s_{ij} = R_{ij}^S = t_j^0 - t_i^0 - t_{ij} \quad (2)$$

Nezavisna vremenska rezerva ( $R_{ij}^N$ ):

$$\Delta n_{ij} = R_{ij}^N = t_j^0 - t_i^1 - t_{ij} \quad (3)$$

**Tabela 2.** Vremenske rezerve aktivnosti

<b>Aktivnost A</b>	<b>Aktivnost G</b>
$R_{12}^U = t_2^1 - t_1^0 - t_{12} = 5 - 0 - 5 = 0$	$R_{710}^U = t_{10}^1 - t_7^0 - t_{710} = 63 - 53 - 2 = 8$
$R_{12}^S = t_2^0 - t_1^0 - t_{12} = 5 - 0 - 5 = 0$	$R_{710}^S = t_{10}^0 - t_7^0 - t_{710} = 63 - 53 - 2 = 8$
$R_{12}^N = t_2^0 - t_1^1 - t_{12} = 5 - 0 - 5 = 0$	$R_{710}^N = t_{10}^0 - t_7^1 - t_{710} = 63 - 53 - 2 = 8$
<b>Aktivnost B</b>	<b>Aktivnost H</b>
$R_{24}^U = t_4^1 - t_2^0 - t_{24} = 40 - 5 - 5 = 30$	$R_{79}^U = t_9^1 - t_7^0 - t_{79} = 63 - 53 - 10 = 0$
$R_{24}^S = t_4^0 - t_2^0 - t_{24} = 10 - 5 - 5 = 0$	$R_{79}^S = t_9^0 - t_7^0 - t_{79} = 63 - 53 - 10 = 0$
$R_{24}^N = t_4^0 - t_2^1 - t_{24} = 10 - 5 - 5 = 0$	$R_{79}^N = t_9^0 - t_7^1 - t_{79} = 63 - 53 - 10 = 0$
<b>Aktivnost C</b>	<b>Aktivnost I</b>
$R_{23}^U = t_3^1 - t_2^0 - t_{23} = 8 - 5 - 3 = 0$	$R_{1011}^U = t_{11}^1 - t_{10}^0 - t_{1011} = 67 - 63 - 4 = 0$
$R_{23}^S = t_3^0 - t_2^0 - t_{23} = 8 - 5 - 3 = 0$	$R_{1011}^S = t_{11}^0 - t_{10}^0 - t_{1011} = 67 - 63 - 4 = 0$
$R_{23}^N = t_3^0 - t_2^1 - t_{23} = 8 - 5 - 3 = 0$	$R_{1011}^N = t_{11}^0 - t_{10}^1 - t_{1011} = 67 - 63 - 4 = 0$
<b>Aktivnost D</b>	<b>Aktivnost J</b>
$R_{35}^U = t_5^1 - t_3^0 - t_{35} = 23 - 8 - 15 = 0$	$R_{1112}^U = t_{12}^1 - t_{11}^0 - t_{1112} = 70 - 67 - 3 = 0$
$R_{35}^S = t_5^0 - t_3^0 - t_{35} = 23 - 8 - 15 = 0$	$R_{1112}^S = t_{12}^0 - t_{11}^0 - t_{1112} = 70 - 67 - 3 = 0$
$R_{35}^N = t_5^0 - t_3^1 - t_{35} = 23 - 8 - 15 = 0$	$R_{1112}^N = t_{12}^0 - t_{11}^1 - t_{1112} = 70 - 67 - 3 = 0$
<b>Aktivnost E</b>	<b>Aktivnost K</b>
$R_{57}^U = t_7^1 - t_5^0 - t_{57} = 53 - 23 - 30 = 0$	$R_{46}^U = t_6^1 - t_4^0 - t_{46} = 50 - 10 - 10 = 30$
$R_{57}^S = t_7^0 - t_5^0 - t_{57} = 53 - 23 - 30 = 0$	$R_{46}^S = t_6^0 - t_4^0 - t_{46} = 20 - 10 - 10 = 0$
$R_{57}^N = t_7^0 - t_5^1 - t_{57} = 53 - 23 - 30 = 0$	$R_{46}^N = t_6^0 - t_4^1 - t_{46} = 20 - 40 - 10 = -30$
<b>Aktivnost F</b>	<b>Aktivnost L</b>
$R_{78}^U = t_8^1 - t_7^0 - t_{78} = 63 - 53 - 10 = 0$	$R_{612}^U = t_{12}^1 - t_6^0 - t_{612} = 70 - 20 - 20 = 30$
$R_{78}^S = t_8^0 - t_7^0 - t_{78} = 63 - 53 - 10 = 0$	$R_{612}^S = t_{12}^0 - t_6^0 - t_{612} = 70 - 20 - 20 = 30$
$R_{78}^N = t_8^0 - t_7^1 - t_{78} = 63 - 53 - 10 = 0$	$R_{612}^N = t_{12}^0 - t_6^1 - t_{612} = 70 - 50 - 20 = 0$

Vremenske rezerve događaja:

$$R_i = t_i^1 - t_i^0 \quad (4)$$

$$R_j = t_j^1 - t_j^0 \quad (5)$$

predstavljaju razliku između najkasnijeg i najranijeg termina događaja.

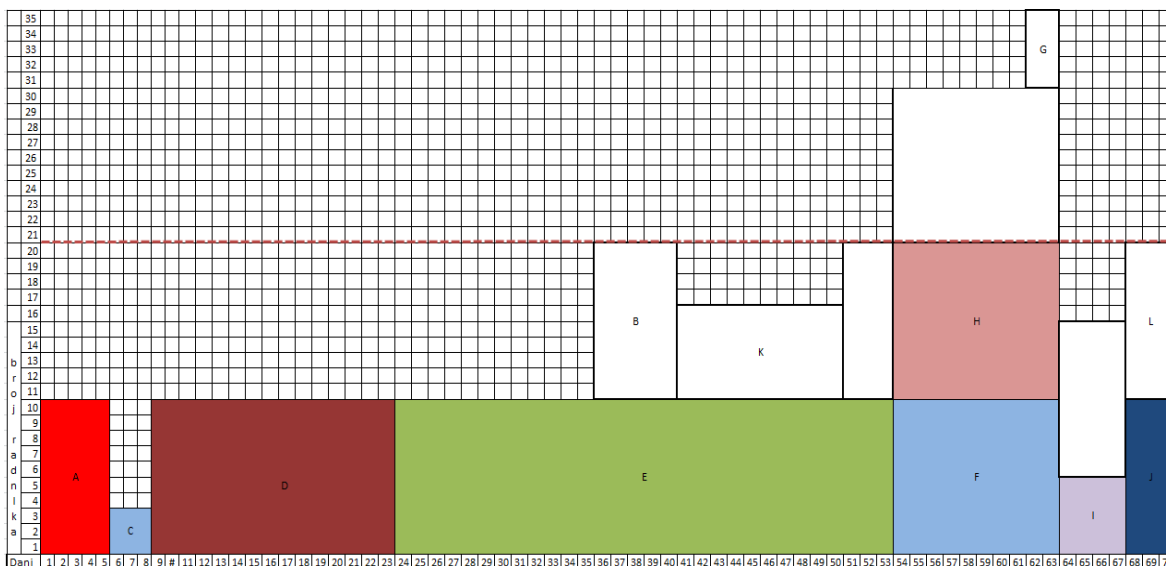
$$\begin{array}{ll}
 R_1 = t_1^1 - t_1^0 = 0 - 0 = 0 & R_7 = t_7^1 - t_7^0 = 53 - 53 = 0 \\
 R_2 = t_2^1 - t_2^0 = 5 - 5 = 0 & R_8 = t_8^1 - t_8^0 = 63 - 63 = 0 \\
 R_3 = t_3^1 - t_3^0 = 8 - 8 = 0 & R_9 = t_9^1 - t_9^0 = 63 - 63 = 0 \\
 R_4 = t_4^1 - t_4^0 = 40 - 10 = 30 & R_{10} = t_{10}^1 - t_{10}^0 = 63 - 63 = 0 \\
 R_5 = t_5^1 - t_5^0 = 23 - 23 = 0 & R_{11} = t_{11}^1 - t_{11}^0 = 67 - 67 = 0 \\
 R_6 = t_6^1 - t_6^0 = 50 - 20 = 30 & R_{12} = t_{12}^1 - t_{12}^0 = 70 - 70 = 0
 \end{array}$$

**Tabela 3.** Termini aktivnosti

<p><b>Aktivnost A</b></p> $t_1^0 = 0$ $t_1^1 = t_2^1 - t_{12} = 5 - 5 = 0$ $t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 5 = 5$ $t_2^1 = \min \{ t_4^1 - t_{24}; t_3^1 - t_{23} \} = \min \{ 40 - 5; 8 - 3 \} = \min \{ 35; 5 \} = 5$	<p><b>Aktivnost G</b></p> $t_7^0 = t_5^0 + t_{57} = 23 + 30 = 53$ $t_7^1 = \min \{ t_8^1 - t_{78}; t_{10}^1 - t_{710}; t_9^1 - t_{79} \} = \min \{ 63 - 10; 63 - 2; 63 - 10 \} = \min \{ 53; 51; 53 \} = 53$ $t_{10}^0 = \max \{ t_8^0 + t_{810}; t_7^0 + t_{710}; t_9^0 + t_{910} \} = \max \{ 63 + 0; 53 + 2; 63 + 0 \} = \max \{ 63; 53; 63 \} = 63$ $t_{10}^1 = t_{11}^1 - t_{1011} = 67 - 4 = 63$
<p><b>Aktivnost B</b></p> $t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 5 = 5$ $t_2^1 = \min \{ t_4^1 - t_{24}; t_3^1 - t_{23} \} = \min \{ 40 - 5; 8 - 3 \} = \min \{ 35; 5 \} = 5$ $t_4^0 = t_2^0 + t_{24} = 5 + 5 = 10$ $t_4^1 = t_6^1 - t_{46} = 50 - 10 = 40$	<p><b>Aktivnost H</b></p> $t_7^0 = t_5^0 + t_{57} = 23 + 30 = 53$ $t_7^1 = \min \{ t_8^1 - t_{78}; t_{10}^1 - t_{710}; t_9^1 - t_{79} \} = \min \{ 63 - 10; 63 - 2; 63 - 10 \} = \min \{ 53; 51; 53 \} = 53$ $t_9^0 = t_7^0 + t_{79} = 53 + 10 = 63$ $t_9^1 = t_{10}^1 - t_{910} = 63 - 0 = 63$
<p><b>Aktivnost C</b></p> $t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 5 = 5$ $t_2^1 = \min \{ t_4^1 - t_{24}; t_3^1 - t_{23} \} = \min \{ 40 - 5; 8 - 3 \} = \min \{ 35; 5 \} = 5$ $t_3^0 = t_2^0 + t_{23} = 5 + 3 = 8$ $t_3^1 = t_5^1 - t_{35} = 23 - 15 = 8$	<p><b>Aktivnost I</b></p> $t_{10}^0 = \max \{ t_8^0 + t_{810}; t_7^0 + t_{710}; t_9^0 + t_{910} \} = \max \{ 63 + 0; 53 + 2; 63 + 0 \} = \max \{ 63; 53; 63 \} = 63$ $t_{10}^1 = t_{11}^1 - t_{1011} = 67 - 4 = 63$ $t_{11}^0 = t_{10}^0 + t_{1011} = 63 + 4 = 67$ $t_{11}^1 = t_{12}^1 - t_{1112} = 70 - 3 = 67$
<p><b>Aktivnost D</b></p> $t_3^0 = t_2^0 + t_{23} = 5 + 3 = 8$ $t_3^1 = t_5^1 - t_{35} = 23 - 15 = 8$ $t_5^0 = t_3^0 + t_{35} = 8 + 15 = 23$ $t_5^1 = t_7^1 - t_{57} = 53 - 30 = 23$	<p><b>Aktivnost J</b></p> $t_{11}^0 = t_{10}^0 + t_{1011} = 63 + 4 = 67$ $t_{11}^1 = t_{12}^1 - t_{1112} = 70 - 3 = 67$ $t_{12}^0 = \max \{ t_6^0 + t_{612}; t_{11}^0 + t_{1112} \} = \max \{ 20 + 20; 67 + 3 \} = \max \{ 40; 70 \} = 70$ $t_{12}^1 = t_{12}^0 = 70$
<p><b>Aktivnost E</b></p> $t_5^0 = t_3^0 + t_{35} = 8 + 15 = 23$ $t_5^1 = t_7^1 - t_{57} = 53 - 30 = 23$ $t_7^0 = t_5^0 + t_{57} = 23 + 30 = 53$ $t_7^1 = \min \{ t_8^1 - t_{78}; t_{10}^1 - t_{710}; t_9^1 - t_{79} \} = \min \{ 63 - 10; 63 - 2; 63 - 10 \} = \min \{ 53; 51; 53 \} = 53$	<p><b>Aktivnost K</b></p> $t_4^0 = t_2^0 + t_{24} = 5 + 5 = 10$ $t_4^1 = t_6^1 - t_{46} = 50 - 10 = 40$ $t_6^0 = t_4^0 + t_{46} = 10 + 10 = 20$ $t_6^1 = t_{12}^1 - t_{612} = 70 - 20 = 50$
<p><b>Aktivnost F</b></p> $t_7^0 = t_5^0 + t_{57} = 23 + 30 = 53$ $t_7^1 = \min \{ t_8^1 - t_{78}; t_{10}^1 - t_{710}; t_9^1 - t_{79} \} = \min \{ 63 - 10; 63 - 2; 63 - 10 \} = \min \{ 53; 51; 53 \} = 53$ $t_8^0 = t_7^0 + t_{78} = 53 + 10 = 63$ $t_8^1 = t_{10}^1 - t_{810} = 63 - 0 = 63$	<p><b>Aktivnost L</b></p> $t_6^0 = t_4^0 + t_{46} = 10 + 10 = 20$ $t_6^1 = t_{12}^1 - t_{612} = 70 - 20 = 50$ $t_{12}^0 = \max \{ t_6^0 + t_{612}; t_{11}^0 + t_{1112} \} = \max \{ 20 + 20; 67 + 3 \} = \max \{ 40; 70 \} = 70$ $t_{12}^1 = t_{12}^0 = 70$

Gantogram aktivnosti sa najranijim počecima aktivnosti prikazan je na Slici 2. Crvenim linijama su prikazane aktivnosti sa kritičnog puta, a crnim one koje nisu kritične.

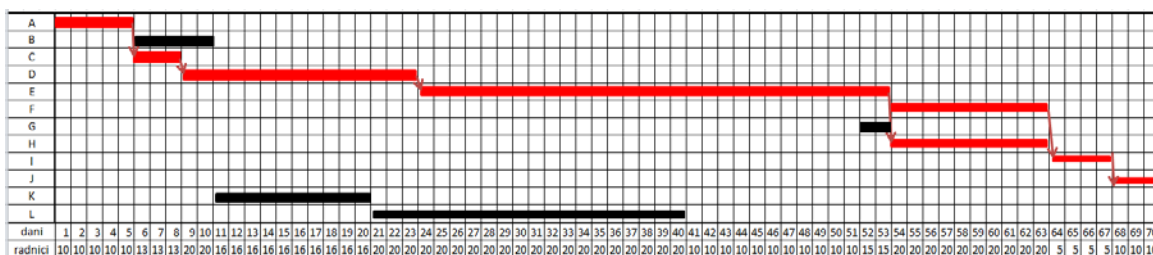




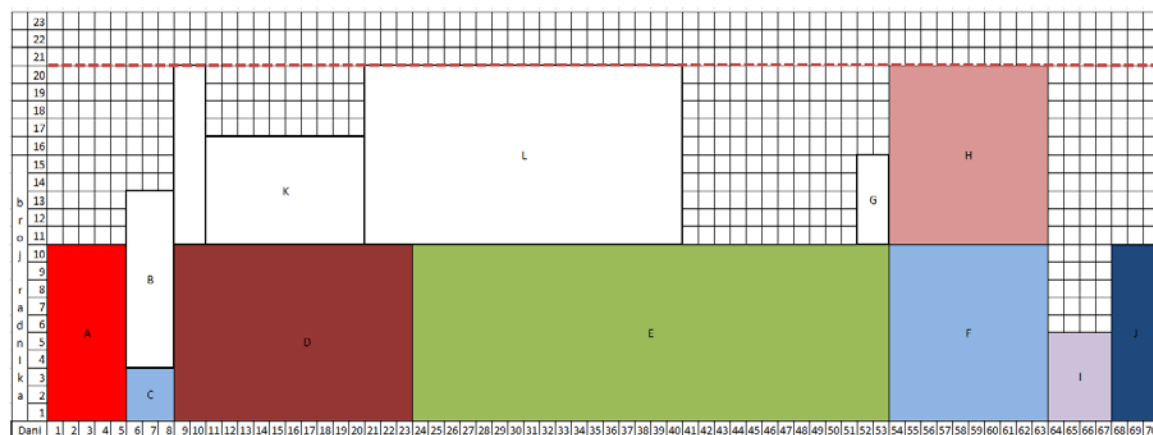
Slika 5. Histogram raspodele radnika sa najkasnijim počecima aktivnosti

Potreba za većim brojem radnika je pomerena ka kraju projekta i taj broj je samo povećan. Problem i dalje nije rešen jer je ovim rasporedom potrebno 35 radnika. Od prvog do 35-og dana nisu iskorišćeni svi resursi, kao i od četrdesetprvog do pedesetog i od šezdesetčetvrtog do šezdesetsedmog dana, dok je u periodu od pedesetčetvrtog do šezdesetrećeg dana potrebno više radnika nego što je na raspolaganju.

Građevinsko preduzeće ima mogućnost da heuristikom, metodom uravnoteženja aktivnosti, dobije optimalno rešenje, pomeranjem termina pojedinih aktivnosti. Uravnoteženi gantogram i heuristički uravnotežen histogram prikazani su na Slici 6 i na Slici 7.



Slika 6. Gantogram sa uravnoteženim počecima aktivnosti



Slika 7. Histogram raspodele radnika sa uravnoteženim počecima aktivnosti

U heurističkom rešenju pomera se aktivnost G (Nameštanje stolarije) pre početka aktivnosti F i H (Postavljanje krova i Infrastruktura u lokalu).

U ovom slučaju nije bilo moguće uskladiti zahteve projekta sa raspoloživim resursima bez optimizacije u smislu uravnoteženja.

#### **4. DISKUSIJA REZULTATA**

Izgradnja tržnog centra spada u obimnije građevinske projekte, što se može zaključiti i iz dobijenih rezultata o dužini trajanja projekta kao i o potrebnom broju radnika. Prema CPM dijagramu, za ovaj projekat, proračunom vremena unapred došlo se do zaključka da građevinsko preduzeće može ispuniti zadati rok od 90 dana. Potrebnim planiranjem, preduzeće je došlo do podatka da je projekat moguće završiti za 70 dana. Prilikom izgradnje tržnog centra postoje mnogo aktivnosti na kritičnom putu mrežnog dijagrama, odnosno onih aktivnosti koje su međusobno uslovljene. Aktivnosti kao što su priprema gradilišta, dovođenje infrastrukture na gradilište, postavljanje temelja, izgradnja zidova, postavljanje krova, molerski i parketarski radovi, uslovljavaju jedni druge tako da dok se prethodna aktivnost ne završi u potpunosti naredna ne može početi. Početnu aktivnost u projektu svakako predstavlja uređenje odnosno priprema gradilišta na kome će se izvoditi radovi, a zatim slede i ostale. Što se tiče aktivnosti samog uređenja lokala i okoline tržnog centra one predstavljaju aktivnosti koje nisu striktno uslovljene realizacijom ostalih, odnosno znači da one imaju veće vremenske rezerve tj. njihovo realizovanje se može odlagati u toku izvršenja projekta.

Preduzeće je na raspolaganju imalo samo 20 radnika homogene strukture koje je trebalo da rasporedi na sve aktivnosti izgradnje tržnog centra. Na osnovu histograma sa najranijim počecima aktivnosti realizacija projekta sa 20 radnika nije izgledala moguće. U pojedinim danima broj potrebnih radnika bio je 25, što je za 5 radnika više od raspoloživog broja radne snage. Dok u periodu od 38 dana resursi nisu bili u potpunosti iskorišćeni.

Projektovanjem gantograma i histograma, ali ovog puta sa najkasnijim počecima aktivnosti, ponovo se došlo do sličnog zaključka – preduzeće nije moglo da ispuni zadati uslov, da projekat završi sa 20 radnika. U ovom slučaju broj potrebnih radnika bio je 35, za 15 radnika više nego što preduzeće ima na raspolaganju. A ponovo u dužem periodu ta ista raspoloživa radna snaga ostaje neiskorišćena.

Metoda uravnoteženja u ovakvim slučajevima može dosta pomoći. Heuristika kao jedna od pomoćnih metoda omogućava primenu različitih pravila koji se baziraju na procesu ljudskog mišljenja, oslanjajući se na iskustvo i intuiciju rukovodioca. Kao opšti pojam heuristika može da se definiše kao tehnika koja pokušava da nađe neka dobra rešenja problema u okviru razumnog vremena, pri čemu se ne garantuje da će nađeno rešenje biti i optimalno rešenje problema. Cilj je da se za kratko vreme i relativno jednostavno pronade rešenje za koje može da se kaže da je dovoljno dobro, vrlo blisko optimalnom (Stanimirović et al., 2008). U ovom primeru građevinsko preduzeće imalo je mogućnost da heuristikom dobije približno optimalno, uravnoteženo rešenje, pomeranjem termina pojedinih aktivnosti, a samim tim, pomeranjem i broja potrebnih radnika, iz dana kada je bilo nedovoljno radnika na dane kada je su resursi bili neiskorišćeni. Ovom metodom preduzeće je uspelo da napravi plan kojim će ispuniti zadati uslov sa ograničenim brojem resursa (radne snage) tako da neće biti u obavezi da upošljava nove radnike i samim tim izbegava još veće troškove realizacije projekta.

#### **5. ZAKLJUČAK**

Današnji način poslovanja donosi mnogo promena i dinamičnosti u radu, pa kao rezultat povećanog konkurentnog okruženja obavezno je završiti projekte u predviđenom roku i sa

raspoloživim resursima. Efikasno upravljanje projektima je neophodno da bi se projekti završili na vreme, bez odlaganja i sa ispunjenjem svih uslova i pri tom se koriste tehnike za planiranje projekta da bi se zadovoljile takve potrebe (Mazlum & Guneri, 2015). Tehnika mrežnog planiranja kao skup metoda za planiranje, praćenje i kontrolu rada umnogome olakšavaju realizaciju projekta. Metode su zasnovane na algebri, teoriji grafika, statistici i informatici, i omogućavaju mnogo prednosti u planiranju. Tehnika mrežnog planiranja podrazumeva izradu mrežnog plana što dovodi do boljeg razumevanja poduhvata usled prethodne neophodne detaljne analize projekta, donosi vremenske i materijalne uštede, obezbeđuje kontrolu izvršenja, dozvoljava proračun vremenskih rezervi i omogućava da se kadrovi i resursi unapred rasporede. Jedna od tehnika mrežnog planiranja jeste metod kritičnog puta koja je pogodna za planiranje projekta kod kojih se vreme pojedinih aktivnosti može dovoljno precizno odrediti. Kao takva, CPM metoda, i u ovom primeru, pomaže ugovaraču koji obavlja nadzor nad realizacijom projekta da obavi svoje menadžerske funkcije: planiranje, zakazivanje i kontrolisanje. Veoma je značajna u rešavanju organizacionih problema, jer pored analize strukture aktivnosti omogućava i analizu vremena kao i konstantno vršenje izmena tokom odvijanja projekta.

Prilikom izgradnje tržnog centra neophodno je predvideti potrebe za ljudskim resursima. Taj proces se nikako ne sme zanemariti, jer je izuzetno odgovorna, kreativna i zahtevna aktivnost koja podrazumeva predviđanje budućih promena koje mogu uticati na poslovanje (Kulić & Vasić, 2007). U ovom primeru, pravilno planiranje i raspoređivanje radne snage ogleda se i u izbegavanju nepotrebnih dodatnih troškova, time što je društvo prilagodilo raspoložive resurse postavljenim uslovima.

Uz pomoć ove metode tehnike mrežnog planiranja preduzeće je uspelo da detaljno isplanira i predvidi aktivnosti, da napravi šemu realizacije projekta, ispunivši sve uslove što će olakšati realizovanje planiranog projekta.

## **MANPOWER WORKFORCE ASSIGNING AND PLANNING ON A SHOPPING MALL CONSTRUCTION**

**Nina Mladenović, Tamara Janković**

*University of Belgrade, Technical Faculty in Bor, Engineering Management Department  
Bor, Serbia*

---

### **Abstract**

In this work we are planning and assigning manpower on a hypothetical example of a shopping mall construction. For this purpose we have used Critical Path Method (CPM). Project assignment needs to be realized within the given deadline (90 days), with available homogeneous workforce (20 workers). Based on a resource analysis, planning and assigning of a workforce with beginnings which are earliest/at the last, we have come to conclusion that the conditions could not be fulfilled. With further workforce planning and assigning, and using the heuristic method, desired optimization was accomplished.

**Keywords:** *Technical network planning, CPM, Workforce assigning, Gantt, Histogram*

---

### **LITERATURA / REFFERENCES**

- Brandenberger, J., Konrad, R. (1965). Tehnika mrežnog planiranja, Tehnička knjiga Zagreb, Cirihi.
- East, W.E. (2015). Critical Path Method (CPM) Tutor for Contruction Planning and Scheduling, Kindle Edition.
- Fondahl, J.W. (1962). A non-computer approach to the critical path method for the construction industry, Stanford University.
- Jovanović, A. (2005). Metode operacionih istraživanja, Tehnički fakultet u Boru, Bor.
- Jovanović, I. (2018). Operaciona istraživanja 2 - Autorizovana predavanja, Tehnički fakultet u Boru. Bor.
- Kulić, Ž., Vasić, M. (2007). Menadžment ljudskih resursa, Banja Luka.
- Mazlum, M., Güneri, A.F. (2015). CPM, PERT and project management with fuzzy logic technique and implementation on a business, Procedia-Social and Behavioral Sciences, 210, 348-357.
- Purkayastha, J.D. (2011). A Basic Guide to Activity-On-Node and Critical Path Method.
- Stanimirović, P., Milovanović, G., Jovanović, I. (2008). Primene linearnog i celobrojnog programiranja. Prirodno – matematički fakultet u Nišu, Niš.
- Tatterson, J.W., Wood, D.F. (1974). PERT, CPM and the Export Process, Omega, 2(3), 421-426.



## POSTUPCI KONTROLE KVALITETA U PROIZVODNJI KUĆIŠTA STATORA \*

**Nikola Ćirić**

*Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment  
Bor, Srbija*

---

### Izvod

Ovaj rad opisuje sistem upravljanja kvalitetom u kompaniji ATB FOD DOO Bor, koja je specijalizovana za proizvodnju proizvodne opreme, ostalih mašina za opštu upotrebu i pripremu tehničke dokumentacije. Prema IMS politici, KMS - ISO 9001, EMS - ISO 14001, OHS - 18001, EnMS - 50001 su sastavni delovi/komponente politike kompanije. Politika se zasniva na upotrebi standarda i njihovom stalnom unapređenju u svakom pojedinom procesu. Koristeći primer iz prakse, autor će predstaviti sistem osiguranja kvaliteta koji se sastoji od niza postupaka, napomena i izveštaja definiranih u QMS procedurama za ulazna, procesna i izlazna ispitivanja.

**Ključne reči:** *QMS, kontrolni plan, Garancija kvaliteta, SRPS ISO 9001, SRPS 13445-5, Izveštaj o kontroli*

---

### 1. O PREDUZEĆU

Pun naziv analiziranog preduzeća u radu je ATB FOD DOO Bor. Sedište preduzeća je u ulici Đorđa Vajferta 16 u Boru (Srbija). Preduzeće ima 251. Zaposlenog i spada u grupu velikih pravnih lica. ATB FOD DOO se bavi proizvodnjom opreme i rezervnih delova, inženjeringom, izgradnjom investicionih objekata i postrojenja, remontom električnih mašina, projektovanjem i izradom tehničke dokumentacije.

Preduzeće je nastalo kao novoformirano preduzeće jedinog osnivača ATB SEVER a.d. Subotica. ATB SEVER je novoformirano preduzeće registrovao kod Agencije za privredne registre 17.04.2008.godine. Dana 13.05.2008. godine ATB FOD DOO je započeo sa radom, a 15.05.2008. u Registru privrednih subjekata, registruje se osnivanje ogranka ATB FOD DOO – OGRANAK PROIZVODNJA BOR, sa sedištem u Boru.

Širok proizvodni program, internacionalni standardi, visok kvalitet i poslovni i sopstveni tehnički razvoj omogućuju dobru poziciju na tržištu za ATB FOD DOO.

ATB FOD DOO poseduje raznovrsne mašine, klasične i sa numeričkim upravljanjem za sve vrste mašinske obrade. Preduzeće za projektovanje, konstruisanje i izradu tehnološke dokumentacije koristi najsavremenije software kao što su SolidWorks, Eplan, I-Deas, što omogućava postizanje visokog kvaliteta krajnjih proizvoda koji zadovoljavaju i najstrožije standarde (zvanični sajt preduzeća).

### 2. OBEZBEDIVANJE KVALITETA U ATB FOD

Obezbeđenje kvaliteta u proizvodnom procesu ATB FOD Bor, predstavlja skup svih radnih i organizacionih poteza koji garantuju da proizvodi poseduju karakteristike kvaliteta

---

\* Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu

zahtevane tehničkom i tehnološkom dokumentacijom i mogućnostima privrede regiona ili zemlje.

Obezbeđenje kvaliteta u preduzeću uključuje sve etape rada, kao što su: planiranje, izrada tehničke dokumentacije, proizvodni proces, merenje i kontrola u proizvodnji, testiranje proizvoda, pakovanje, dostava i servisiranje proizvoda.

## 2.1. QMS procedura

QMS procedura (*engl.* Quality Management System) reguliše odgovornosti, aktivnosti i nosioce aktivnosti koje se sprovode prilikom kvalitativnog i kvantitativnog prijema proizvoda, kontrole proizvoda u toku procesa, završnog kontrolisanja i ispitivanja u cilju potvrđivanja da su proizvodi i procesi usaglašeni sa specificiranim zahtevima.

QMS procedura se primenjuje u svim područjima ATB FOD DOO. Područje primene se odnosi na procese i proizvode/usluge za koje je uspostavljen IMS u skladu sa standardom SRPS ISO 9001. Za primenu ove procedure odgovoran je šef obezbeđenja kvaliteta.

Prema politici IMS (integrisanih sistema menadžmenta QMS – ISO 9001; EMS – ISO 14001; OHS – 18001; EnMS 50001) je sastavni deo poslovne politike ATB FOD DOO i zasniva se na primeni i stalnom unapređenju navedenih standarda u svim procesima.

Standard je dokument utvrđen konsenzusom i donet od priznatog tela kojim se za opštu i višekratnu upotrebu utvrđuju pravila, smernice ili karakteristike za aktivnosti ili njihove rezultate radi postizanja optimalnog nivoa uredenosti u određenoj oblasti (Zakon o standardizaciji, 2009).

ISO 9001 je međunarodni standard koji definiše zahteve za sistem upravljanja kvalitetom (QMS). Organizacije koriste standard da pokažu sposobnost da dosledno obezbeđuju proizvode i usluge koji zadovoljavaju korisnika i regulatorne zahteve. To je najpopularniji standard u ISO 9000 seriji i predstavlja temelj za uspostavljanje integrisanog sistema kvaliteta. ISO 9001, prvi put je objavljen 1987. godine od strane Međunarodne organizacije za standardizaciju (ISO) (Uvod u standard ISO, 2015). ISO 9001 postaje obavezujući za organizaciju ako (Živković & Đorđević, 2014):

- je eksplicitno izražen u ugovoru između organizacije i njenog korisnika,
- je država ovaj standard ili njegove delove uvrstila u regulativu,
- se organizacija kandidovala za, ili je pak, zaslužila sertifikat kroz ocenu preko treće strane,
- želi da učestvuje na tenderu na kome se to zahteva.
- 

ISO 14001 je međunarodni standard koji postavlja zahteve za sistem upravljanja životnom sredinom. Pomaže organizacijama da poboljšaju svoje ekološke performanse kroz efikasnije korišćenje resursa i smanjenje otpada, dobijajući konkurentsku prednost i poverenje potrošača (Šta je ISO 14001?).

OHSAS 18001 (*engl.* Occupational Health & Safety Assessment Series) je standard koji definiše zahteve za sistem menadžmenta zdravljem i bezbednošću na radu. Zaštita zdravlja na radu je namenjena organizacijama koje su svesne značaja bezbednosti zdravlja svojih zaposlenih i stalno nastoje da unaprede i održavaju nivo fizičke, mentalne i društvene bezbednosti radnika svih zanimanja kao i sprečavanje njihovih povređivanja. Implementacijom ovog standarda, preduzeće stiče poverenje zainteresovanih strana uveravajući ih da je rukovodstvo opredeljeno da ispunjava zahteve iz politike zaštite zdravlja i bezbednosti na radu, da je naglasak na preventivi, a ne na korektivnim merama, da je moguće pružiti dokaze o tome da se OHSAS odnosi na celu organizaciju, a ne samo na procese za koje postoje zakonski propisi ili zone velikih rizika, i da koncepcija OHSAS-a uključuje proces stalnog poboljšavanja (Šta je OHSAS 18001?).

EnMs 50001 (*engl.* Energy management) efikasno korišćenje energije pomaže organizacijama da uštede novac, kao i da pomognu u očuvanju resursa i borbi protiv klimatskih promena. ISO 50001 predstavlja standard koji podstiče organizacije u svim sektorima da efikasnije koriste energiju, kroz razvoj sistema upravljanja energijom (ISO 50001 Energy management).

### 3. xMR KONTROLNA KARTA

Kontrolne karte predstavljaju jednu od osnovnih alata kvaliteta. Kontrolne karte prikazuju hronološku sliku promene varijacija određene karakteristike kvaliteta koja je izmerena u nekom procesu. Glavni cilj njihove primene je identifikovanje posebnih odnosno pripisivih uzroka varijacija u procesu, odnosno omogućavaju pravljenje razlike između pripisivih i prirodnih varijacija u procesu.

xMR kontrolna karta pripada grupi numeričkih kontrolnih karata. Kriterijum za izbor je da je  $n=1$  to praktično znači da je veličina uzorka u seriji jednaka jedinici. Na horizontalnoj osi xMR kontrolne karte nalazi se vremenska dimenzija, odnosno redosled merenja po vremenskoj jedinici (redni broj uzorka), dok su na vertikalnoj osi predstavljene izmerene vrednosti posmatrane karakteristike kvaliteta. xMR karta osim ovoga sadrži i liniju centralne tendencije odnosno centralnu liniju koja predstavlja prosečnu vrednost karakteristike kvaliteta koja odgovara stanju statističke kontrole i oko koje se grupišu numerički podaci. xMR kontrolna karta sadrži i granice koje se predstavljaju u vidu dve horizontalne linije koje se utvrđuju po određenim obrascima. xMR kontrolna karta se sastoji od "X" karte odnosno karte individualnih vrednosti i "MR" karte odnosno karte pokretnih raspona. Karta individualnih vrednosti stvara sliku o tome kako se sistem menja tokom vremena i donosi se zaključak da li je proces pod statističkom kontrolom odnosno da li je stabilan. Obrasci za izračunavanje donje (DKG) i gornje granice(GKG):

$$GKG_x = \bar{X} + 3 \cdot \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (1)$$

$$DKG_x = \bar{X} - 3 \cdot \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2)$$

Karta pokretnih raspona upoređuje varijabilnost između dve tačke odnosno predstavlja apsolutnu vrednost razlike između uzastopnih merenja. Obrasci za izračunavanje donje (DKG) i gornje granice (GKG) (Đorđević & Arsić, 2017):

$$GKG_{MR} = D_4 \cdot \overline{MR} \quad (3)$$

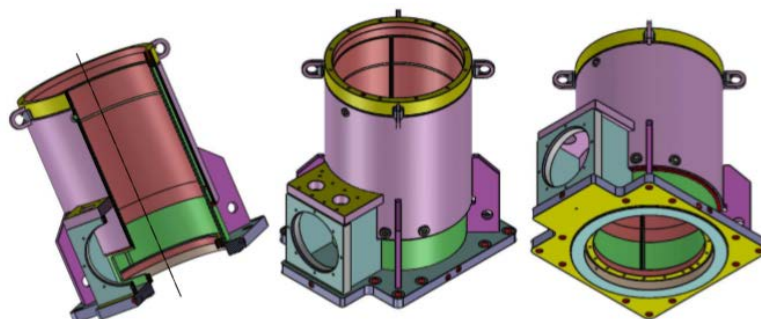
$$DKG_{MR} = D_3 \cdot \overline{MR} \quad (4)$$

Za potrebe ovog rada korišćen je Sigmazone softver pomoću kojeg su predstavljeni grafički prikazi dobijenih rezultata.

### 4. DEFINISANJE PROBLEMA I REŠENJE PROBLEMA

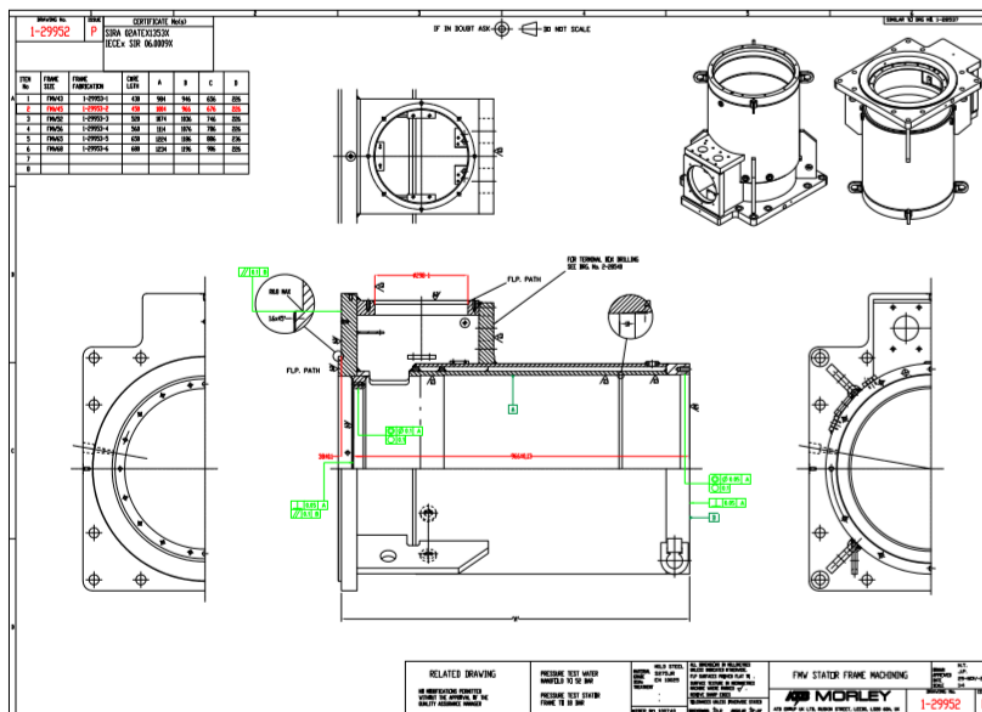
U toku jednog meseca ATB FOD DOO je za potrebe svog kupca proizveo 6 komada Kućišta statora (Slika 1). Stator je nepokretni deo električnih mašina koji ima svoje

kućište. Kućište statora je sastavljeno od velikog broja elemenata čije su dimenzije jasno propisane sa određenim granicama tolerancije po specifikaciji. Budući da je ovo maloserijska proizvodnja po kriterijumima za izbor doneta je odluka da se izradi xMR kontrolna karta odnosno da se prate varijacije u procesu za 3 elementa koji su odabrani zbog svoje važnosti kako bi se utvrdilo da li je proces pod statističkom kontrolom. Elementi, odnosno, dimenzije koje su odabrane, prikazane su na Slici 2 zelenom, odnosno, crvenom bojom.



Slika 1. Kućište statora

Za potrebe ovog rada izabrane su 3 najvažnija elementa koji će biti predmet proračuna (Slika 2) i prikaza kroz xMR kontrolnu kartu.



Slika 2. Označene mere elemenata koji su odabrani za praćenje varijacija u procesu pomoću xMR kontrolne karte

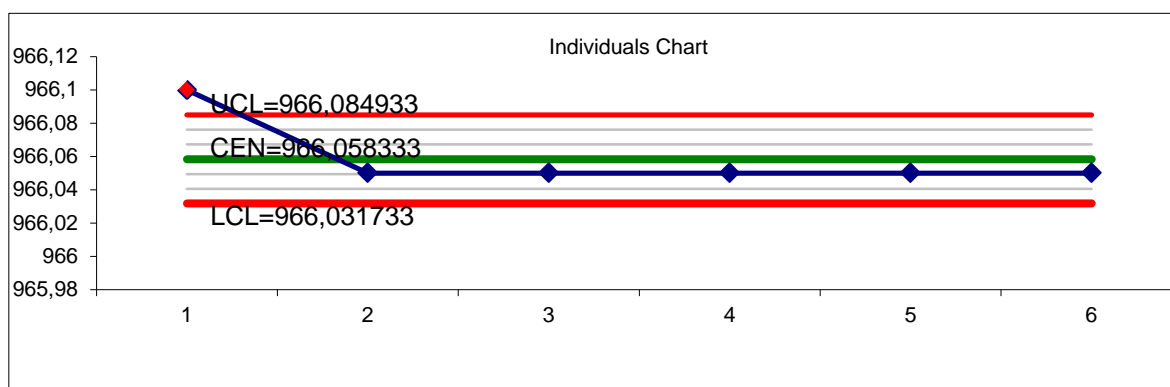
Osnovne karakteristike Elementa 1 su prikazane u Tabeli 1, i imaju sledeće dimenzije:

966  $\pm$  0,13 i h1 966  $\pm$  0,13. U Tabeli 1 kolona n predstavlja redni broj kućišta statora, kolona  $X_i$  predstavlja izmerenu dimenziju Elementa 1, kolona MR predstavlja apsolutnu vrednost razlike sledeće i prethodne mere.

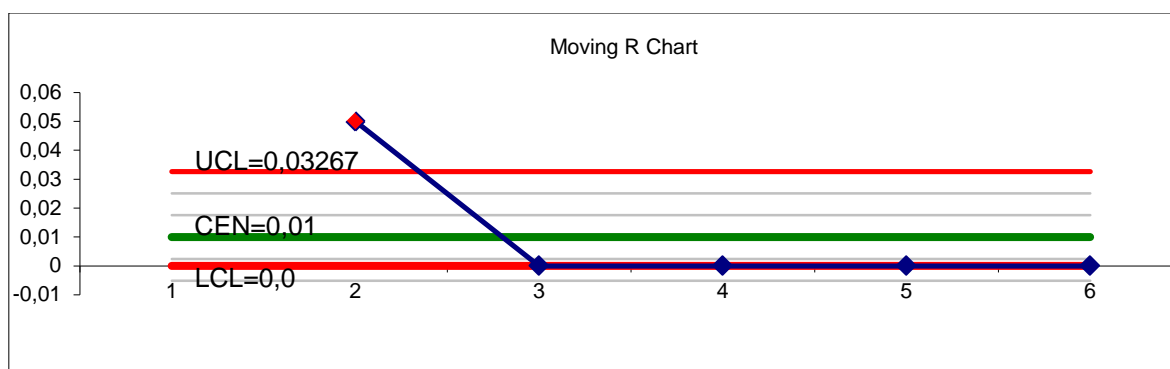
**Tabela 1.** Parametri Elementa 1

n	$X_i$	MR
1	966,10	-
2	966,05	0,05
3	966,05	0
4	966,05	0
5	966,05	0
6	966,05	0
$\Sigma$	5796,35	0,05

Na Slici 3a) i 3b) je predstavljen grafički prikaz dobijenih rezultata primenom X karte za Element 1.



**Slika 3.a)** X karta za Element 1



**Slika 3.b)** MR karta za Element 1

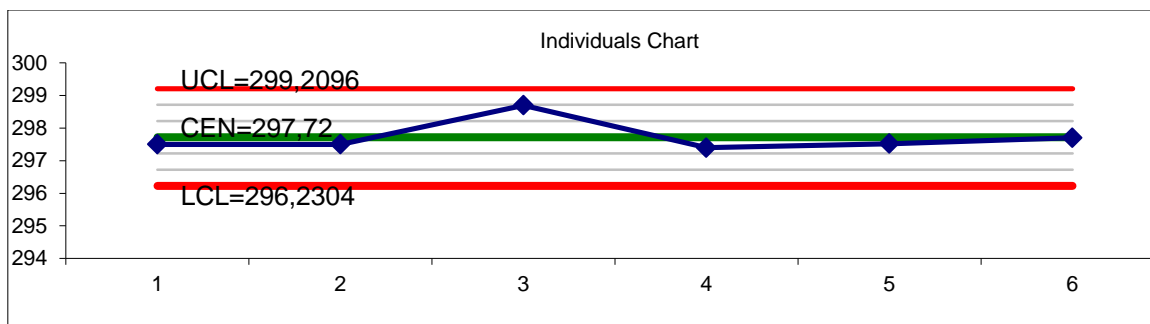
Na osnovu Slike 3a) može se zaključiti da proces nije pod statističkom kontrolom jer prva tačka prelazi GKG. Takođe, i na osnovu Slike 3b) može se zaključiti da proces nije pod statističkom kontrolom jer druga tačka prelazi GKG. Grafički prikaz dobijenih rezultata Elementa 1 urađen pomoću softvera Sigmazone.

Osnovne karakteristike Elementa 2 su prikazane u Tabeli 2, i imaju sledeće dimenzije: 298 -1 i D8 298 0-1. U Tabeli 2 kolona n predstavlja redni broj kućišta statora, kolona  $X_i$  predstavlja izmerenu dimenziju Elementa 2, kolona MR predstavlja apsolutnu vrednost razlike sledeće i prethodne mere.

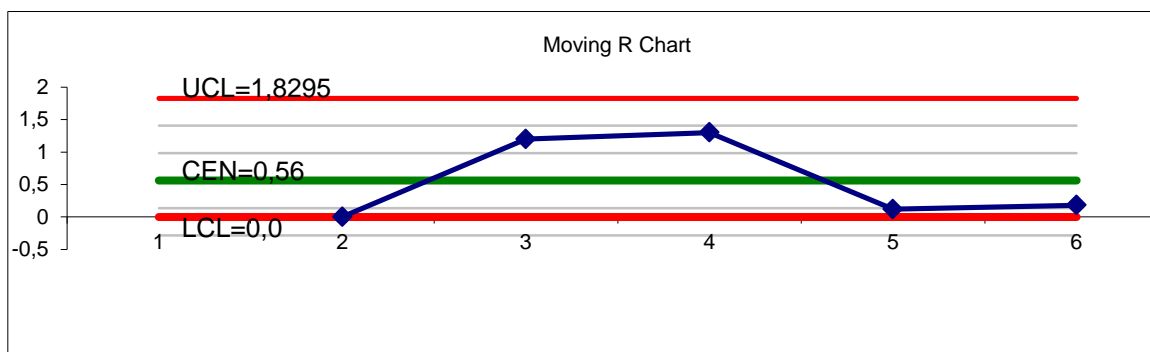
**Tabela 2.** Parametri Elementa 2

n	$X_i$	MR
1	297,5	-
2	297,5	0
3	298,7	1,2
4	297,4	1,3
5	297,52	0,12
6	297,7	0,18
$\Sigma$	1786,32	2,8

Na Slici 4a) i 4b) je predstavljen grafički prikaz dobijenih rezultata primenom X karte za Element 2.



**Slika 4.a)** X karta za Element 2



**Slika 4.b)** MR karta za Element 2

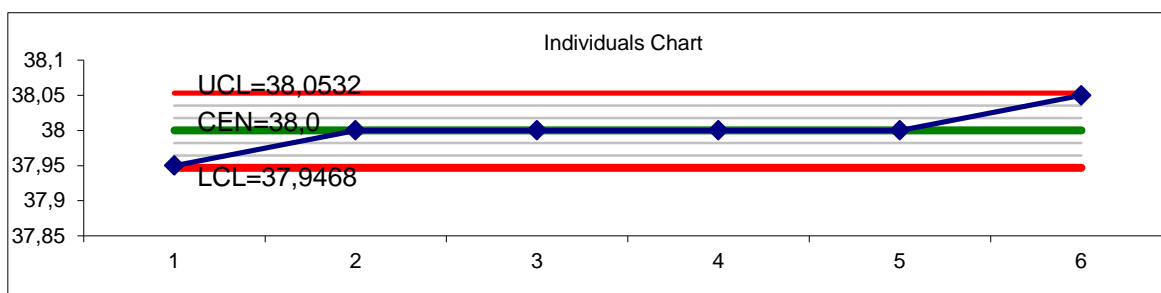
Na osnovu Slike 4a) može se zaključiti da je proces pod statističkom kontrolom jer nijedna tačka ne prelazi DKG i GKG. Takođe, i na osnovu Slike 4b) može se zaključiti da je proces pod statističkom kontrolom jer nijedna tačka ne prelazi DKG i GKG. Grafički prikaz dobijenih rezultata Elementa 2 urađen pomoću softvera Sigmazone.

Osnovne karakteristike Elementa 3 su prikazane u Tabeli 3, i imaju sledeće dimenzije:  $38 \pm 0,1$  i  $h1$   $h7$   $38 \pm 0,1$ . U Tabeli 3 kolona n predstavlja redni broj kućišta statora, kolona  $X_i$  predstavlja izmerenu dimenziju Elementa 3, kolona MR predstavlja apsolutnu vrednost razlike sledeće i prethodne mere.

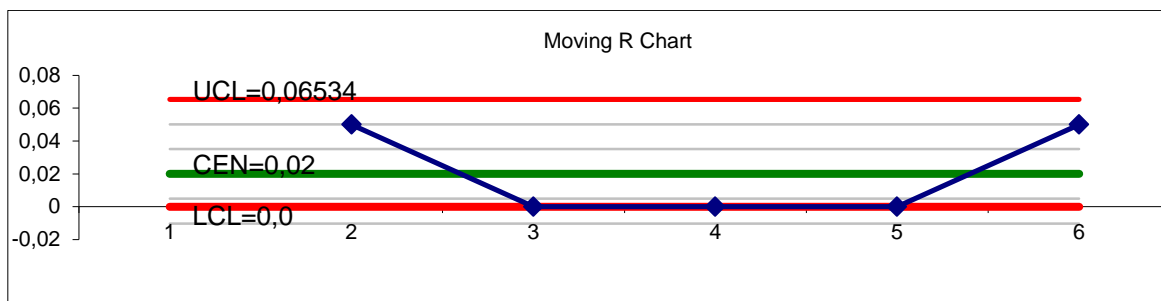
**Tabela 2.** Parametri Elementa 3

n	$X_i$	MR
1	37,95	-
2	38,00	0,05
3	38,00	0
4	38,00	0
5	38,00	0
6	38,05	0,05
$\Sigma$	228,02	0,10

Na Slici 5a) i 5b) je predstavljen grafički prikaz dobijenih rezultata primenom X karte za Element 3.



**Slika 5.a)** X karta za Element 3



**Slika 5.b)** MR karta za Element 3

Na osnovu Slike 5a) može se zaključiti da je proces pod statističkom kontrolom jer nijedna tačka ne prelazi DKG i GKG. Takođe, i na osnovu Slike 5b) može se zaključiti da je proces pod statističkom kontrolom jer nijedna tačka ne prelazi DKG i GKG. Grafički prikaz dobijenih rezultata Elementa 3 urađen pomoću softvera Sigmazone.

## 5. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada je da na realnom primeru u maloserijskoj proizvodnji prikaže varijacije u procesu pomoću xMR kontrolne karte. xMR karta je jednostavna za upotrebu, lako se tumače dobijeni rezultati i vrlo je pregledna.

## QUALITY CONTROL PROCEDURES FOR THE PRODUCTION OF A STATOR HOUSING

**Nikola Ćirić**

*University of Belgrade, Technical faculty in Bor, Engineering Management Department  
Bor, Serbia*

---

### Abstract

This paper describes a quality management system in ATB FOD DOO Bor company, which specializes in production of manufacturing equipment, other general – use machines and preparation of technical documentation. According to the IMS policy, QMS – ISO 9001, EMS – ISO 14001, OHS – 18001, EnMS – 50001 are integral parts/components of the company’s policy. The policy is based on the use of standards and their continuous improvement in each and every process. Using a real – life example, the author will present quality assurance system consisting of a number of procedures, notes and reports defined in QMS procedures for input, process and output tests.

**Keywords:** *QMS, Control plan, Quality assurance, SRPS ISO 9001, SRPS 13445-5, Control report*

---

### LITERATURA / REFERENCES

ATB FOD DOO Bor, zvanični sajt preduzeća, dostupno na: <http://fod.co.rs/sr/>

Dorđević, P., Arsić, S. (2017). UPRAVLJANJE KVALITETOM zbirka rešenih zadataka sa izvodima iz teorije, Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Bor.

ISO 50001 Energy management, <https://www.iso.org/iso-50001-energy-management.html>

Šta je ISO 14001?, dostupno na: <https://www.eurostandard.rs/iso-14001-sistemi-menadzmenta-zastitom-zivotne-sredine/>

Šta je OHSAS 18001?, <https://www.eurostandard.rs/ohsas-18001-sistem-menadzmenta-zastitom-zdravlja-i-bezbednoscu-na-radu/>

Uvod u standard ISO 9001/2015, dostupno na: <https://www.mojafirma.rs/baza-znanja/uvod-u-standard-iso-90012015/>

Zakon o standardizaciji, SRPS ISO/IEC, Uputstvo 2:2007, Službeni glasnik RS br. 36/2009; član 3 stav 2.

Živković, Ž., Dorđević, P. (2012). Upravljanje kvalitetom, IV izmenjeno i dopunjeno izdanje, Tehnički fakultet u Boru.



## PRIMENA DIREKTNIH METODA ZA REŠENJE MEŠOVITIH MATRIČNIH IGRA \*

Aleksandra Milovanović

Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru, Odsek za inženjerski menadžment  
Bor, Srbija

---

### Izvod

U ovom radu korišćene su direktne metode za rešavanje problema mešovitih matičnih igara na hipotetičkom primeru sopstvene krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Analitički i grafički metod korišćeni su za dobijanje optimalnih strategija igrača u igri i vrednosti igre. Za potvrdu dobijenih rešenja korišćen je softverski paket Lindo v.6.1. Rešavanjem problema zaključeno je da su optimalne strategije prvog igrača  $P^*=(0, \%, 55,56\%, 44,44\%)$  i drugog igrača  $Q^*=(6,67\%, 93,33\%)$ , a vrednost igre je  $V = 62,67$  dinara. Vrednost igre je najveća prodajna cena i istovremeno najmanja nabavna cena za tekstilne proizvode date kompanije. Cilj ovog rada je ukazati na praktičnost primene direktnih metoda u rešavanju mešovitih matičnih igara. Primena ovih metoda može pomoći donosiocima odluka i samim tim poboljšati rad njihovog poslovanja.

**Ključne reči:** Teorija igara, Igre mešovitih matrica, Analitička metoda, Grafička metoda, LINDO program

---

### 1. UVOD

Život je sam po sebi nepredvidiv. Kada god se desi neki problem moramo pronaći rešenje tog problema. Nekim odlukama rešavamo probleme, a nekim odlukama utičemo na ishod nekog događaja. Da bismo doneli dobru odluku moramo biti mnogo iskusni i znati sve. To, nažalost nije moguće, jer je život jedna velika škola i nikada nećemo znati sve. Kako bi smo usavršili proces donošenja odluka i poboljšali ishode donetih odluka možemo se koristiti određenim alatima. Tehnologija je danas dosta napredovala, tako da se određeni problemi mogu rešavati putem korišćenja softverskih paketa i računara. Na ovaj način, postupak dobijanja optimalnog rešenja je dosta brz i lak.

Moramo uvek imati u vidu da odluke koje donosimo utiču i na ostale subjekte u procesu donošenja odluka. Na primer, prodavac želi što više da zaradi, a kupac želi što manje da plati. U ovom slučaju, prodavac donosi odluku o količini novca koju može da traži za svoj proizvod ili uslugu, a kupac donosi odluku o količini novca koju je spreman da da za proizvod ili uslugu prodavca. Iz ovog primera se može videti da su interesi prodavca i kupca suprotni, a samim tim i odluke. Da bi se dobilo rešenje koje bi odgovaralo i jednoj i drugoj strani, moraju se proračunati određeni gubici i prihodi koje bi svaka strana u procesu donošenja odluke imala u zavisnosti od različitih scenarija. Ovakav slučaj je izvršen u posebnu oblast operacionih istraživanja pod nazivom "Teorija igara".

---

\* Rad saopšten na XV Studentskom simpozijumu o strategijskom menadžmentu

Teorija igara je matematička teorija procesa donošenja odluka igrača (učesnika, protivnika) koji su u sukobu (konfliktu) ili su uključeni u konfliktne uslove (Jovanović, 2016). Teorija igara daje matematički okvir za objašnjenje i izučavanje interakcija između srodnih pojedinaca u interaktivnim situacijama u kojima se preferencije i ciljevi učesnika nalaze u konfliktu (Deng et al., 2016). Igra se može definisati kao model realne konfliktne situacije (Jovanović, 2016). Konflikt se zapravo odnosi na situaciju kada nijedan igrač ne želi da odstupa od svoje strategije ukoliko i ostali igrači igraju prema svojim strategijama (Berg, 2019).

Igra ne može da se igra bez pravila, tako da se moraju definisati, znati i poštovati pravila igre (Jovanović, 2016). Igre su prisutne prilikom modelovanja složenijih problema odlučivanja (Berg, 2019). Teorija igara je stvorena sa ciljem da se uz pomoć egzaktnog matematičkog algoritma analizira konfliktna situacija i da se obezbedi razumno ponašanje igrača i tok konflikta (Jovanović, 2016).

Prilikom rešavanja mešovitih matičnih igara potrebno je odrediti i optimalne strategije za svakog igrača (Jovanović, 2016). Ukoliko se odmah može pronaći jedna optimalna strategija za oba igrača, onda se radi o prostim matičnim igrama. Međutim, ukoliko svaki od igrača ima drugačiju optimalnu strategiju i ne može se odmah pronaći optimalno rešenje igre, reč je o mešovitim matičnim igrama. Rešenje mešovitih matičnih igara se dobija nakon uvođenja elemenata slučajnosti prilikom izbora pojedinačnih strategija, a svakoj strategiji se dodeljuje određena verovatnoća (Jovanović, 2016). Igrači ne smeju da koriste pretnje jer su one u suprotnosti sa njihovim interesom da uspostave i održe saradnju (Berg, 2019).

U današnjim uslovima poslovanja je sve više zastupljen slučaj mešovitih matičnih igara. Kao praktičan primer, biće prikazan problem u poslovanju jedne samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Problem zapravo nije presudan za opstanak ove radnje, ali rešenje ovog problema svakako može poboljšati poslovanje ove radnje i možda joj doneti veću dobit.

## 2. TEORIJSKO - METODOLOŠKE POSTAVKE RADA

Strateška igra se sastoji od skupa igrača, skupa strategija svakog igrača i isplata za svaku kombinaciju strategija različitih igrača (Deng et al., 2016). Matična igra je drugi naziv za matricu sa nultom sumom i dva igrača i ona je ujedno i najjednostavnija (Deng et al., 2016). Direktne metode koje se koriste za rešavanje mešovitih matičnih igara se dele na Analitički metod i Grafički metod.

Analitički metod se svodi na dobijanje rešenja putem formula, a grafički metod daje rešenje problema koje se može očitati sa slike tj. grafika. Analitički metod se može primeniti preko parcijalnih izvoda ili direktnom primenom formula. U ovom radu će biti korišćena direktna primena formula. Međutim, prvo je potrebno izvršiti redukciju tj. svođenje matrice plaćanja na dimenzije  $2 \times 2$  za direktnu primenu formula i grafički metod. Grafički metod se može primeniti i kod matrica plaćanja  $2 \times n$  i  $m \times 2$ .

Matrica plaćanja je sastavljena od isplata koje se označavaju sa  $a_{ij}$  (Hansen et al., 2013). Dakle, u matrici plaćanja su predstavljene isplate vezane za matičnu igru (Deng et al., 2016). Matrica plaćanja predstavlja matični prikaz mogućih dobitaka igrača A od igrača B, u zavisnosti od izabranih alternativa i može se prikazati kao (Jovanović, 2016):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}_{(2 \times 2)}$$

Igrač A ima na raspolaganju  $m$  alternativa za koje se vezuje verovatnoća  $p_i$ , a igrač B ima na raspolaganju  $n$  alternativa za koje se vezuje verovatnoća  $q_j$  (Jovanović, 2016). Zbir

verovatnoća je jednak jedinici. Igrač A započinje igru tako što bira jednu alternativu (1, ...,  $m$ ), dok istovremeno igrač B bira jednu alternativu (1, ...,  $n$ ), nakon čega igrač A dobija "isplatu" od igrača B (Hansen et al., 2013). Često je zbog nedostatka informacija, slabijeg prosuđivanja i slabe procene teško definisati vrednost isplate (Deng et al., 2016). Rešenje problema se može naći u kombinaciji ove oblasti operacionih istraživanja sa teorijom pouzdanosti (Deng et al., 2016).

Vektor  $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_m)$  predstavlja mešovitu strategiju igrača A, a vektor  $Q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$  predstavlja mešovitu strategiju igrača B (Jovanović, 2016). Strategija je zapravo distribucija verovatnoće nad akcijama igrača (Hansen et al., 2013). Kada su u pitanju matrice igre, iako igrači žele da maksimiziraju svoju dobit, imaju konačan broj strategija (Szabó & Hódsági, 2016). Nakon jedne interakcije igrači moraju sačekati pre nego što počnu da se pripremaju za narednu interakciju (Garay et al., 2017). Dve konkurentske strategije se moraju proširiti dodatnim neutralnim strategijama (Szabó et al., 2019). Promene su dozvoljene, ali samo u uzastopnim koracima (Szabó & Hódsági, 2016). Postupak redukcije se svodi na precrtavanje redova u kojima su sve vrednosti manje u odnosu na vrednosti iz ostalih redova. Ovaj postupak se odnosi samo na igrača A. Ukoliko je reč o igraču B, onda se postupak redukcije svodi na precrtavanje kolona u kojima su sve vrednosti veće u odnosu na vrednosti iz ostalih kolona.

Uz pomoć Valdovog kriterijuma se može definisati oblast u kojoj se nalazi vrednost igre. Valdov kriterijum se drugačije zove pesimistički kriterijum ili  $max_i (min_j)$  kriterijum za igrača A i  $min_j (max_i)$  kriterijum za igrača B. U matricnoj igri je dobitak jednog igrača istovremeno i gubitak drugog igrača (Deng et al., 2016). Ukoliko neki igrač snosi gubitak, gubitak ne sme biti nerealan (Berg, 2019).

## 2.1. Analitički metod

Kada je reč o analitičkoj metodi, pre svega o direktnoj primeni formula, u nastavku su date sledeće formule.

Formule koje se koriste za dobijanje optimalne strategije igrača A,  $P^* (p_1^*, p_2^*)$ , su (Jovanović, 2016):

$$p_1^* = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \quad (1)$$

$$p_2^* = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \quad (2)$$

Formule koje se koriste za dobijanje optimalne strategije igrača B,  $Q^* (q_1^*, q_2^*)$ , su (Jovanović, 2016):

$$q_1^* = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \quad (3)$$

$$q_2^* = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \quad (4)$$

Formula koja se koristi za dobijanje vrednosti igre je (Jovanović, 2016):

$$V = \frac{a_{22} \cdot a_{11} - a_{12} \cdot a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \quad (5)$$

## 2.2. Grafički metod

Grafički metod se drugačije naziva geometrijski metod (Jovanović, 2016). Kada se upotrebljava grafički metod za rešavanje mešovitih matičnih igara, prvo se mora poći od jednog igrača. Mi sami biramo od kog igrača ćemo krenuti. S obzirom na to da se strategije ne znaju unapred i da se ne zna koji će biti ishod igre, strategije koje igrači donose na neki način mogu zavisi od druge (Berg, 2019).

Za igrača za kog smo se odlučili, sastavljamo nejednačine na osnovu matrice plaćanja. Ove nejednačine moraju biti veće ili jednake vrednosti igre. Ukoliko smo počeli od igrača A, onda moramo pronaći parametre  $p_1^*$  i  $p_2^*$  koji određuju njegovu optimalnu strategiju  $P^*$ . Zbir parametara  $p_1^*$  i  $p_2^*$  iznosi 1, pa odavde možemo izraziti jedan parametar i zameniti ga ovim izrazom u datim nejednačinama.

Da bi smo mogli da nacrtamo grafik potrebno je da nejednačine svedemo na jednačine i vrednosti, koje dobijemo izjednačavanjem parametra  $p_1^*$  ili  $p_2^*$  sa nulom i jedinicom u obe nejednačine, ucrtamo na grafik. Na grafiku zapravo dobijamo prave na osnovu čijeg preseka i koordinata tog preseka dobijamo vrednost igre i prvi parametar, na osnovu koga dobijamo drugi parametar. Drugi parametar dobijamo, zapravo, kada ga zamenimo u izrazu iz kog smo izvukli prvi parametar ( $p_1^* + p_2^* = 1$ ). Na isti način, tj. istim postupkom, određujemo i parametre  $q_1^*$  i  $q_2^*$  za optimalnu strategiju igrača B,  $Q^*$  ( $q_1^*$ ,  $q_2^*$ ).

Da bi se proverili dobijeni podaci mogu se izjednačiti date jednačine sa jednom nepoznatom tj. jednim parametrom, kako bi se dobila vrednost tog parametra. Zamenom samo tog parametra sa njegovom dobijenom vrednošću u nekoj od ponuđenih jednačina se dobija vrednost igre. Dobijeni rezultati se mogu proveriti i pomoću softverskog paketa Lindo v.6.1.

## 2.3. LINDO V.6.1. program

LINDO (*engl.* Linear Interactive and Discrete Optimizer) predstavlja interaktivni softverski paket koji je razvijen od strane kompanije Lindo System Inc., USA (Jovanović, 2004). Lindo programski paket se može koristiti u svim aplikacijama gde je potrebno izvršiti optimizaciju (Jovanović, 2004). Softverski paket Lindo v.6.1. funkcioniše tako što se u njega unose funkcija cilja i ograničenja i za tili čas se dobijaju gotova rešenja. Dakle, elementi Lindo programa su (Jovanović, 2004):

- cilj,
- jedna ili više varijabli i
- jedno ili više ograničenja.

Karakteristike po kojima je Lindo program prepoznatljiv su (Jovanović, 2004):

- operatori koji se koriste za računanje (+, -, <, >, =, <=, >=);
- operacije koje se izvode s leva na desno;
- komentari koji se mogu postaviti bilo gde u modelu, a prethodi im znak uzvika;
- neosetljivost na veličinu slova;
- konstante koje se nalaze sa desne strane jednačine ograničenja i
- promenljive i njihovi koeficijenti koji se nalaze sa leve strane ograničenja.

Da bi se definisao problem u Lindo v.6.1. programu koriste se oznake  $y_i$ , za igrača A, i  $x_j$ , za igrača B. Nakon dobijenih rešenja uz pomoć ovog programa za  $y_i$  i  $g_0$ , za igrača A, i  $x_j$  i  $z_0$ , za igrača B, na osnovu sledećih formula se dolazi do vrednosti za  $p_i$ , za igrača A,  $q_j$ , za igrača B, i vrednosti igre  $V$  (Jovanović, 2016):

$$V = \frac{1}{g_0} = \frac{1}{z_0} \quad (6)$$

$$p_i = y_i \cdot V \quad (7)$$

$$q_j = x_j \cdot V \quad (8)$$

Ovaj softverski paket je veoma brz i lak za korišćenje i u mnogome pomaže prilikom rešavanja problema mešovitenih matričnih igara.

### 3. REZULTATI PRAKTIČNOG PRIMERA

Primena direktnih metoda za rešavanje problema mešovitenih matričnih igara će biti prikazana na hipotetičkom primeru samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije. Odevni predmeti koje šiju radnici ove krojačke radnje su: majica, bodi i trenerke. Svoje proizvode, tj. sašivene odevne predmete, ova radnja prodaje dvema kompanijama pod nazivom “Beba Kids” i “Cameleon”. U Tabeli 1 su prikazane cene šivenih odevnih predmeta, po komadu u dinarima, prema vrsti odevnog predmeta i prema prodajnom mestu.

**Tabela 1.** Cene šivenih odevnih predmeta SZKR

Cena po komadu (RSD)	Beba Kids	Cameleon
Majica	61	61
Bodi	44	64
Trenerke	86	61

Početa matrica plaćanja, izvršena redukcija i primena Valdovog kriterijuma su prikazani u Tabeli 2. Vrednost igre, dobijena na osnovu Valdovog kriterijuma, se nalazi između 61 dinar po komadu i 64 dinara po komadu.

**Tabela 2.** Početna i redukovana matrica plaćanja i vrednost igre

Cena po komadu (RSD)		Kupci		min <sub>j</sub>	max <sub>i</sub>
		Beba Kids	Cameleon		
SZKR	Majica	61	61	61	61
	Bodi	44	64	44	
	Trenerke	86	61	61	
max <sub>i</sub>		86	64	61 ≤ V ≤ 64	
min <sub>j</sub>		64			

### 3.1. Rešavanje postavljenog problema primenom analitičkog metoda

Alternative koje SZKR ima na raspolaganju su:  $a_{11} = 44$ ,  $a_{12} = 64$ ,  $a_{21} = 86$  i  $a_{22} = 61$ . Direktnom primenom formula se dolazi do optimalne strategije SZKR i kompanija kupaca i do vrednosti igre.

$$p1^* = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = 55,56\%$$

$$p2^* = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = 44,44\%$$

$$q1^* = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = 6,67\%$$

$$q2^* = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = 93,33\%$$

$$V = \frac{a_{22} \cdot a_{11} - a_{12} \cdot a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} = 62,67 \text{ RSD po komadu}$$

### 3.2. Rešavanje postavljenog problema primenom grafičkog metoda

Primenom grafičke metode se od početnih nejednačina vezanih za SZKR, preko izdvajanja verovatnoća i preko njihovog izjednačavanja sa nulom i jedinicom u obe nejednačine, dolazi do tačaka za crtanje prava na grafiku i očitavanja vrednosti igre i verovatnoće vezane za prvu alternativu SZKR iz preseka ovih dveju prava. Na osnovu formule:

$$p1 + p2 = 1 \quad (9)$$

sa poznatom verovatnoćom prve alternative, se izračunava verovatnoća druge alternative SZKR i samim tim optimalna strategija SZKR. Isti postupak se ponavlja i za kompanije „Beba Kids“ i „Cameleon“. Na Slici 1 i na Slici 2 je dat prikaz grafika za SZKR i kompanije kupce sa dobijenim rezultatima. Strategije SZTR:

$$L1: 44 \cdot p1 + 86 \cdot p2 \geq V$$

$$p1 = 0 \Rightarrow V = 86$$

$$p1 = 1 \Rightarrow V = 44$$

$$L2: 64 \cdot p1 + 61 \cdot p2 \geq V$$

$$p1 = 0 \Rightarrow V = 61$$

$$p1 = 1 \Rightarrow V = 64$$

Vrednost drugog parametra iznosi  $p2 = 44,44\%$ , a optimalna strategija SZKR glasi  $P^*(0\%, 55,56\%, 44,44\%)$ . Kupci kompanije:

$$L1: 44 \cdot q1 + 64 \cdot q2 \leq V$$

$$q1 = 0 \Rightarrow V = 64$$

$$q1 = 1 \Rightarrow V = 44$$

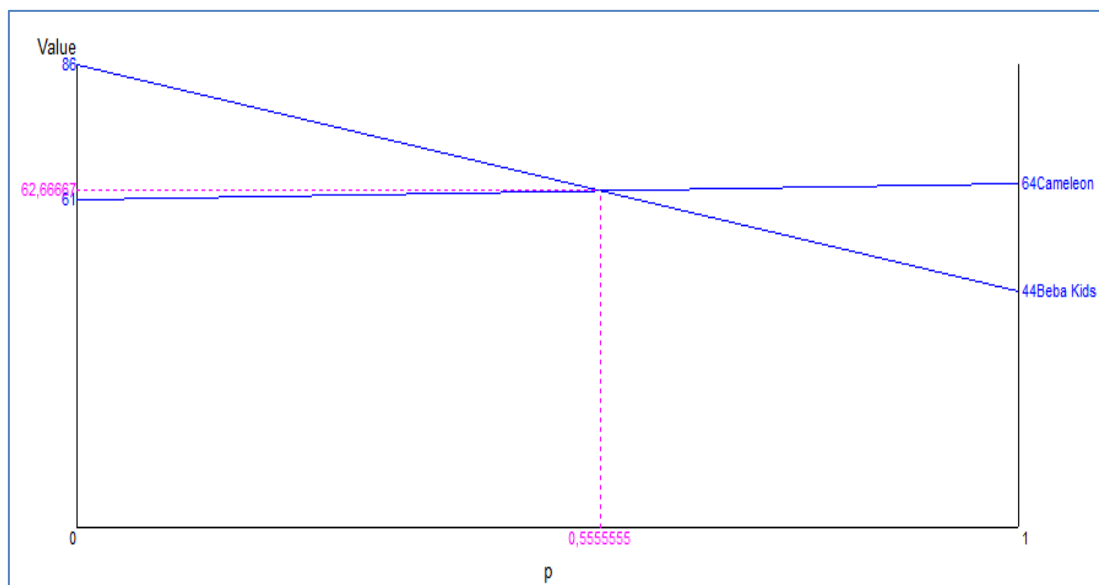
$$L2: 86 \cdot q1 + 61 \cdot q2 \leq V$$

$$q1 = 0 \Rightarrow V = 61$$

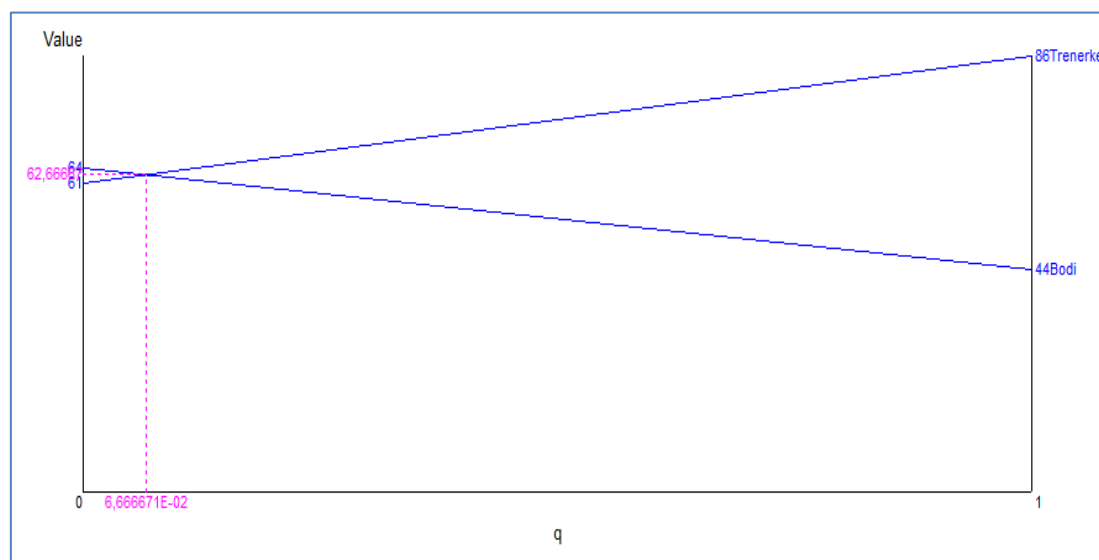
$$q1 = 1 \Rightarrow V = 86$$

Vrednost drugog parametra iznosi  $q2 = 93,33\%$ , a optimalna strategija kompanija kupaca glasi  $Q^*$  (6,67%, 93,33%).

Vrednost igre iznosi:  $V = 62,67$  RSD po komadu



Slika 1. Primena i rezultati Grafičke metode za SZKR



Slika 2. Primena i rezultati grafičke metode za kompanije kupce

### 3.3. Rešavanje postavljenog problema primenom lindo v.6.1. Programa

Da bi se rešio problem u Lindo v.6.1. programu prvo se mora definisati. Problem definisan u Lindo v.6.1. programu izgleda ovako:

Za SZKR:

```
! ovo je funkcija cilja
min y1 + y2 + y3
ST
! ovo su ograničenja
0y1 + 44y2 + 86y3 >= 1
0y1 + 64y2 + 61y3 >= 1
END
```

Za kompanije kupce:

```
! ovo je funkcija cilja
max x1 + x2
ST
! ovo su ograničenja
0x1 + 0x2 <= 1
44x1 + 64x2 <= 1
86x1 + 61x2 <= 1
END
```

Rezultati dobijeni primenom Lindo v.6.1. programa se mogu videti na Slici 3 i na Slici 4. Kada je u pitanju SZKR, na osnovu dobijenih vrednosti za  $g_0$  i  $y_i$  (Slika 3) se mogu izračunati vrednosti za  $V$  i  $p_i$ :

$$g_0 = 0,01595745 \Rightarrow V = \frac{1}{g_0} = 62,66665413 \approx 62,67$$

$$y_1 = 0,000000 \Rightarrow p_1 = y_1 \cdot V = 0 = 0\%$$

$$y_2 = 0,008865 \Rightarrow p_2 = y_2 \cdot V = 0,555539889 = 55,56\%$$

$$y_3 = 0,007092 \Rightarrow p_3 = y_3 \cdot V = 0,444431911 = 44,44\%$$

Vrednost igre iznosi:  $V = 62,67$  RSD po komadu, a optimalna strategija SZKR glasi  $P^*$  (0%, 55,56 %, 44,44%).

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1) 0.1595745E-01		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	0.000000	1.000000
Y2	0.008865	0.000000
Y3	0.007092	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-0.001064
3)	0.000000	-0.014894
NO. ITERATIONS= 2		

Slika 3. Rezultati Lindo v.6.1. programa za SZKR

Kada su u pitanju kompanije kupci, na osnovu dobijenih vrednosti za  $z_0$  i  $x_j$  (Slika 4) se mogu izračunati vrednosti za  $V$  i  $q_j$ :



$$z_0 = 0,01595745 \Rightarrow V = \frac{1}{z_0} = 62,66665413 \approx 62,67$$

$$x_1 = 0,001064 \Rightarrow q_1 = x_1 \cdot V = 0,06667732 = 6,67\%$$

$$x_2 = 0,014894 \Rightarrow q_2 = x_2 \cdot V = 0,933357147 = 93,33\%$$

Vrednost igre iznosi:  $V = 62,67$  RSD po komadu, a optimalna strategija kompanija kupaca glasi  $Q^*$  (6,67%, 93,33%).

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1) 0.1595745E-01		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.001064	0.000000
X2	0.014894	0.000000
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	1.000000	0.000000
3)	0.000000	0.008865
4)	0.000000	0.007092
NO. ITERATIONS= 2		

Slika 4. Rezultati Lindo v.6.1. programa za kompanije kupce

#### 4. DISKUSIJA REZULTATA

Na osnovu analitičke metode tj. direktne primene formula, na osnovu grafičke metode i na osnovu Lindo v.6.1. programa se došlo do istog zaključka. Optimalna strategija SZKR je  $P^*$  (0%, 55,56%, 44,44%), što znači da postoji verovatnoća od 56% da će se SZKR odlučiti da proda bodije kompanijama i verovatnoća od 44% da će se SZKR odlučiti da proda trenerke kompanijama. Optimalna strategija kompanija kupaca je  $Q^*$  (6,67%, 93,33%), što znači da postoji verovatnoća od 93% da će se kompanija „Cameleon“ odlučiti da kupi proizvode SZKR i verovatnoća od 7% da će se kompanija „Beba Kids“ odlučiti da kupi proizvode SZKR.

Vrednost igre iznosi 62,67 RSD po komadu što znači da je SZKR spremna da proda bodije koje sašije po ceni od 62,67 RSD po komadu, a kompanija „Cameleon“ je spremna da kupi iste te proizvode po ceni od 62,67 RSD po komadu. Vrednost igre se nalazi između 61 dinar po komadu i 64 dinara po komadu, što znači da je pronađeno optimalno rešenje i za SZKR i za kompanije koje su kupci proizvoda SZKR. Vrednost igre koja je dobijena ujedno predstavlja i najmanju cenu po kojoj SZKR može da proda svoje proizvode i najveću cenu po kojoj kompanija „Cameleon“ može da kupi njene proizvode.

Dakle, konflikt je rešen i sve strane u ovoj igri su zadovoljne. Ukoliko SZKR nastavi da saraduje sa kompanijom „Cameleon“ i poveća količinu svojih proizvoda za prodaju datoj kompaniji, uvek će biti na dobitku. Moram napomenuti, da se rezultati dobijeni u ovom radu ne mogu uopštiti, jer je posmatrana samo jedna kompanija u Jugoistočnoj Srbiji. Rezultati koji su dobijeni se vezuju samo za datu SZKR. Međutim, ukoliko bi se istraživanje na ovu temu proširilo i na ostale kompanije, i možda ostale regione u Srbiji, sveukupnim podacima bi se moglo doći do nekog opšteg rešenja problema.

Za ovakav vid istraživanja i obradu podataka je najjednostavnija i najpogodnija primena analitičke i grafičke metode. Na osnovu ovih metoda se na veoma brz i lak način dolazi do rešenja. Naravno, putem korišćenja Lindo v.6.1. programa postupak dolaska do najboljeg rešenja je još brži i lakši.

## 5. ZAKLJUČAK

Teorija igara je našla primenu u oblastima poput društvenih problema, problema sa informacijama i problema koji nastaju prilikom odlučivanja (Deng et al., 2016). Modeli teorije igara su našli primenu u različitim oblastima nauke, kao što su: modeliranje ponašanja životinja, način na koji se paketi podataka kreću kroz telekomunikacionu mrežu ili kako se odbraniti od terorističkih napada (Berg, 2019).

Jedna oblast Teorije igara su mešovite matrice igre. Mešovite matrice igre karakteriše to što se ne može odmah doći do optimalnih strategija igrača, jer su njihovi interesi u sukobu, već se mora putem određenih metoda doći do optimalnih strategija oba igrača. Metode koje su mogu primeniti kod mešovitih matricnih igara su analitički metod i grafički metod. Od programa za rešavanje problema u oblasti Teorije igara se može koristiti Lindo v.6.1. program.

U ovom radu je rešena jedna igra tj. konfliktna situacija između SZKR iz Jugoistočne Srbije i kompanija „Beba kids“ i „Cameleon“. Na osnovu pomenutih metoda i pomenutog programa se došlo do rešenja igre. Pronađene su optimalne strategije SZKR i datih kompanija i vrednost igre. Na osnovu dobijenih podataka se može zaključiti da SZKR može prodavati svoje proizvode, tj. bodije, kompaniji „Cameleon“ po ceni od 62,67 dinara po komadu i da je ova strategija najbolja za obe strane. SZKR će lepo naplatiti cenu svojih proizvoda, a kompanija „Cameleon“ neće mnogo novca potrošiti na kupovinu datih proizvoda.

Na kraju bih želela da napomenem da je postupak dolaska do rešenja, putem korišćenja Direktnih metoda i Lindo v.6.1. programa, bio mnogo brz i lak. Rezultati dobijeni u ovom radu će svakako poboljšati poslovanje navedene samostalno zanatsko krojačke radnje iz Jugoistočne Srbije.

## APPLICATION OF DIRECT METHODS FOR SOLVING MIXED MATRIX GAMES

Aleksandra Milovanović

University of Belgrade, Technical faculty in Bor, Engineering Management Department  
Bor, Serbia

---

### Abstract

In this paper, direct methods for solving the problem of mixed matrix games were used on a hypothetical example of self-made tailor shop from South East Serbia. An analytical method and a graphical method were used to obtain the optimal strategies of the players in the game and the value of the game. To confirm the solutions obtained, the software package Lindo v.6.1 was used. By solving the problem, it was concluded that the optimal strategies of the players are  $P^*=(0, 55,56\%, 44,44\%)$  and  $Q^*=(6,67\%, 93,33\%)$ , and the value of the game is  $V=62,67$  dinars. The value of the game is the highest selling price and at the same time the smallest purchase price for textile products of a given company. The aim of this paper is to point out the practicality of applying direct methods in solving mixed matrix games. Applying these methods can help decision makers and, therefore, improve the performance of their businesses.

**Keywords:** Game theory, Mixed matrix games, Analytical method, Graphic method, LINDO program

---

### LITERATURA / REFERENCIAS

- Berg, K. (2019). Set-valued games and mixed-strategy equilibria in discounted supergames. *Discrete Applied Mathematics*, 255, 1-14.
- Deng, X., Liu, Q., Deng, Y. (2016). Matrix games with payoffs of belief structures. *Applied Mathematics and Computation*, 273, 868-879.
- Garay, J., Csiszár, V., Móri F.T. (2017). Evolutionary stability for matrix games under time constraints. *Journal of Theoretical Biology*, 415, 1-12.
- Hansen, A.K., Ibsen-Jensen, R., Podolski, V.V., Tsigaridas, E. (2013). Patience of matrix games. *Discrete Applied Mathematics*, 161, 2440-2459.
- Jovanović, A. (2004). Metode Operacionih istraživanja – Autorizovana predavanja. Tehnički fakultet u Boru. Bor.
- Jovanović, I. (2016). Operaciona istraživanja II - Teorija igara - Autorizovana predavanja. Tehnički fakultet u Boru. Bor.
- Szabó, G., Hódsági, K. (2016). The role of mixed strategies in spatial evolutionary games. *Physica A*, 462, 198-206.
- Szabó, G., Borsos, I., Szombati, E. (2019). Games, graphs and Kirchhoff laws. *Physica A*, 521, 416-423.

## **CONTENTS**

<i>Tanja Brjazović</i> STUDENTS' MOTIVATION FOR RESEARCH WORK.....	64
<i>Jelena Kovačević</i> APPLICATION OF CPM NETWORK PLANNING TECHNIQUES IN DEPLOYMENT AND OPTIMIZATION OF WORKFORCE.....	72
<i>Nina Mladenović, Tamara Janković</i> MANPOWER WORKFORCE ASSIGNING AND PLANNING ON A SHOPPING MALL CONSTRUCTION.....	81
<i>Nikola Ćirić</i> QUALITY CONTROL PROCEDURES FOR THE PRODUCTION OF A STATOR HOUSING.....	93
<i>Aleksandra Milovanović</i> APPLICATION OF DIRECT METHODS FOR SOLVING MIXED MATRIX GAMES.....	101