

## **PRIMENA FUZZY TOPSIS METODOLOGIJE U VIŠEKRITERIJUMSKOJ ANALIZI**

*Bili Petrović*

*Univerzitet u Beogradu, Tehnički fakultet u Boru*

---

### **Izvod**

Izbor optimalnog, najboljeg koncentrata cinka predstavlja stratejski problem, usled postojanja velikog broja alternativa i kriterijuma koje treba uzeti u obzir prilikom donošenja odluke. Odluka koja bude doneta imaće značajan uticaj na poslovanje u pogledu postizanja tehničkih, ekoloških i ekonomskih ciljeva. U skladu sa tim, osnovni cilj ovog istraživanja, jeste demonstracija primene fuzzy Topsis metodologije, pri čemu je kao predmet istraživanja uzeta studija slučaja iz naučnog rada u kome se vrši rangiranje koncentrata cinka i iznalaženje optimalne mešavine hemijskih elemenata u koncentratu putem PROMETHEE/GAIA metode. Pri tome, vrši se analiza dva moguća scenarija: prvi u kome se vrši određivanje subjektivnih težinskih koeficijenata primenom AHP metode i drugi u kome se vrši određivanje objektivnih težinskih koeficijenata primenom Entropy metode, dok se konačna odluka u oba slučaja donosi implementacijom Fuzzy Topsis metodologije.

***Ključne reči:*** *Koncentrat, Odluka, Fuzzy Topsis, AHP, Entropy metoda*

---

### **1. UVOD**

Proces donošenja odluke uključuje nekoliko osnovnih koraka: identifikacija (definisanje) problema, određivanje prioriteta, vrednovanje alternativa, kao i rangiranje istih. Međutim, taj proces je veoma intuitivan, jednostavan kada je u pitanju donošenje odluke uzevši u obzir jedan kriterijum, jer se sve svodi na izbor alternative sa najvišom ocenom prioriteta. Sa druge strane, kada donosilac odluke vrednuje alternative uzimajući u obzir više kriterijuma, mnogi problemi kao što su težinski parametri kriterijuma, zavisnost prioriteta, konflikti između postavljenih kriterijuma, mogu dovesti do komplikacija prilikom realizacije odluke i samim tim zahteva se primena prefinjenih metoda i alata [1].

Naučnici su razvili brojne metode za rešavanje različitih vidova problema kao što su: optimizacija, modelovanje, različiti modeli prognoziranja, sistemi za podršku odlučivanju, višekriterijumsko odlučivanje, fuzzy logika i dr. Velika pažnja, u poslednje vreme, usmerena je na višekriterijumsko odlučivanje (Multi Attribute Decision Making), koje se bazira na razvoju relevantnih metodologija koje se koriste prilikom problema oko donošenja odluke u situacijama kada se mora uzeti u obzir nekoliko kontradiktornih faktora [2]. Ovaj alat se, danas, često koristi prilikom rešavanja kompleksnih, složenih problema. Celokupna problematika sastoji se najpre u sagledavanju broja alternativa, mogućih odgovora kao i neophodnih kriterijuma, čime se formira set mogućih rešenja. Naredni korak jeste izbor adekvatne metode

višekriterijumskog odlučivanja, koje će nam pomoći u vrednovanju i rangiranju alternativa, odnosno kako bi donosilac odluke izabrao najoptimalnije rešenje. Međutim, zbog činjenice da su subjektivne procene relevantne prilikom grupne evaluacije i selekcije odluke, usvaja se pristup fuzzy logike [3]. Kako klasični alati višekriterijumskog odlučivanja ne mogu izaći na kraj sa problemima kao što su nedovoljno precizni podaci, potrebno je predstavljanje i tumačenje nesigurnosti. U tu svrhu, istraženo je dosta probabilističkih metoda, ali je očigledno da je fuzzy logika u najvećoj upotrebi u ovakvim slučajevima [4]. Saglasno sa tim, za rešavanje višekriterijumskih zadataka moraju se primeniti fleksibilniji instrumenti od strogo matematičkih tehnika čiste optimizacije [5]. U ovom radu, od mnogobrojnih alata, koriste se AHP metoda (Thomas Saaty) [3], Shannonov pristup, fuzzy logika u kombinaciji sa Topsis metodom (Hwang i Yoon) [3].

Analitički hijerarhijski proces (AHP) predstavlja jedan od najčešće korišćenih metoda višekriterijumskog odlučivanja. Privukao je interesovanje mnogih donosioca odluka svojom sposobnošću rešavanja kompleksnih problema. Ovaj metod organizuje osnovnu racionalnost tako što rastavlja problem na nekoliko elemenata, a zatim se vrši jednostavno poređenje mišljenja, radi razvoja prioriteta na svim nivoima [6]. Istraživački deo ovog rada (poglavlje 3), sastoji se iz dva scenarija, koji se razlikuju po načinu određivanja težinskih parametara pri čemu se kod jednog subjektivno određuju primenom AHP metode, dok se u drugom scenariju primenjuje Shannon-ova teorija, odnosno težinski parametri se određuju objektivno [7].

Chen (2000) modifikovao je Topsis metodu za odlučivanje u „nejasnom“ okruženju, tako što je značaj težinskih parametara kriterijuma svih alternativa izražavao jezičkim

varijablama. Pomenute varijable, dodeljuju se od strane grupe za višekriterijumsko odlučivanje, nakon čega se vrši transformacija istih u triangularne fuzzy brojeve [8].

Deo rada bavi se metodologijom istraživanja, odnosno definisanjem alata neophodnih za dalji rad (poglavlje 2), zatim implementacijom definisanih metoda na predmet istraživanja, koji predstavlja studija slučaja preuzeta iz naučnog rada [9], (poglavlje 3), dok se ostatak rada bavi diskusijom i uporednom analizom dobijenih rezultata (poglavlje 4).

## 2. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Kao polazni podaci, neophodni za sprovođenje istraživanja, koriste se podaci iz studije slučaja naučnog rada u kome je primenjena metodologija POMETHEE/GAIA [9]. Radi se o koncentratima cinka koji su dostupni na tržištu, pri čemu se radi odluke koriste podaci o njihovom hemijskom sastavu i sadržaju komponenti od Novembra 2012. godine.

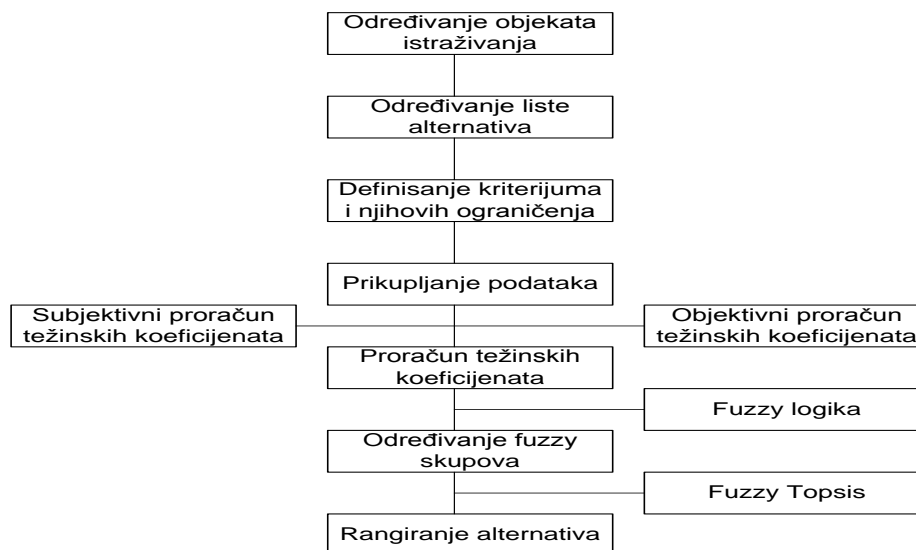
Sadržaj komponenti u koncentratima, značajno utiče na tehnološka, ekonomska ali i ekološka dostignuća, koji žele da se ostvare proizvodnjom ovih koncentrata [9]. Neke od komponenti imaju povoljan uticaj, pa se postavlja zahtev da one čine veći deo sastava koncentrata, a sa druge strane nastoji se i da sadržaj nekih od njih, koje ostvaruju nepovoljan uticaj na postavljene zahteve, bude što manji. U skladu sa tim, same komponente, u ovom slučaju predstavljaju kriterijume, koji su od ključne važnosti za rangiranje koncentrata. Matrica odlučivanja, koja služi kao početna tačka celog procesa, sastoji se 10 različitih vrsta koncentrata, pri čemu se izdvajaju 18 kriterijuma odnosno 17 hemijskih elemenata i tržišna cena, koje treba uzeti u obzir prilikom donošenja odluke. Nakon definisanja matrice odlučivanja, sledeći korak jeste

obračun težinskih koeficijenata, koji se može izvršiti subjektivno (primenom AHP metode) i objektivno (primenom Entropy metode).

Akcent se stavlja na razvijanje posebnog modela selekcije kroz Fuzzy Topsis model, pa sledeći korak jeste određivanje fuzzy setova i primena

metode Topsis radi rangiranja alternativa i stvaranja mogućnosti za uporednu analizu sa rezultatima naučnog rada iz koga su preuzeti polazni podaci [9].

Metodologija u ovom završnom radu, sa razmatranom studijom slučaja, može se prikazati na sledeći način:



*Slika 1. Struktura metodologije istraživanja*

## 2.1. AHP metoda

Ideju stvaranja AHP metode doneo je engleski matematičar Thomas Saaty jos 1980. godine [10]. Svaki kompleksan problem se može dekomponovati u nekoliko pod-problema korišćenjem AHP metode u vidu hijerarhijskih nivoa, gde svaki nivo predstavlja skup kriterijuma ili atributa u odnosu na svaki pod-problem. Ova metoda predstavlja višekriterijumski metod analize koji se zasniva na procesu aditivnog određivanja težinskih parametara, pri čemu je nekoliko relevantnih atributa predstavljeno kroz njihov relativni značaj [11]. Analitički hijerarhijski proces (AHP) spada u najpoznatije i poslednjih godina najviše korišćenih metoda za višekriterijumsko odlučivanje. U osnovi, radi se o hijerarhijskoj strukturi prema kojoj je u samom vrhu cilj, na prvoj stavci ispod su kriterijumi, na sledećoj lestvici podkriterijumi, itd. Na donjoj lestvici

hijerarhijske strukture nalaze se alternative. Metoda AHP koristi tablični zapis podataka za upoređivanje i rangiranje alternativa, pri odlučivanju koja je od alternativa u prednosti u odnosu na ostale. AHP metoda uspoređuje prednosti i nedostatke pojedinih alternativa i kao konačni rezultat daje prioritete alternativa u obliku jednog broja. Kriterijumi za odabir određene alternative mogu imati različite važnosti zbog čega im se dodeljuju težine. AHP metoda temelji se na upoređivanju alternativa u parovima. Težine pojedinih kriterijuma određuju se upoređivanjem kriterijuma u parovima te određivanjem koliko je prvi kriterijum važniji od drugog kriterijuma.

Osnovni koraci primene AHP metode su sledeći [12]:

Korak 1. Definirati problem.

Korak 2. Proširiti ciljeve problema ili razmotriti sve aktere, ciljeve i njihov ishod.

Korak 3. Odrediti kriterijume koji utiču na ponašanje problema.

Korak 4. Prikazati hijerarhijsku strukturu problema ili različite nivoe kao što su cilj, kriterijumi, pod-kriterijumi i alternative.

Korak 5. Uporediti svaki element na odgovarajućem nivou i kalibrisati ih na numeričkoj skali. Ovo zahteva  $n(n-1)/2$  poređenja, gde  $n$  predstavlja broj elemenata uz uslov da su elementi iznad dijagonale jednaki ili 1, dok će ostali elementi predstavljati recipročnu vrednost ranijih poređenja.

Korak 6. Obaviti proračune radi iznalaženja maksimalne vrednosti, indeksa doslednosti, koeficijenta doslednosti i normalizovanih vrednosti za svaki kriterijum/alternativu.

Korak 7. Ukoliko su maksimalna vrednost, kao i vrednosti indeksa i koeficijenta doslednosti zadovoljavajuće, onda je odluka doneta, u protivnom postupak se ponavlja dok se ne dobiju vrednosti u okviru željenog opsega.

Celokupan postupak se matematički može prikazati na sledeći način [13]:

Relativne težine date su pomoću sopstvenih vrednosti matrice ( $w$ ) u skladu sa najvećim vrednostima matrice ( $\lambda_{max}$ ):

$$A_w = (\lambda_{max}) \quad (1)$$

Ukoliko su uporedna poređenja u potpunosti dosledna, u tom slučaju matrica  $A$  ima rang 1 i  $\lambda_{max} = n$ . U tom slučaju, težinski parametri mogu biti određeni normalizacijom bilo kojeg reda ili kolone matrice  $A$ .

Neophodno je istaći da je kvalitet izlaznih vrednosti AHP metode, striktno povezan sa doslednošću uporednog poređenja procene donosioca odluke. Doslednost je definisana relacijom između ulaznih vrednosti matrice  $A$ :  $a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}$ . Indeks doslednosti (CI) dobija se primenom izraza:

$$CI = (\lambda_{max} - n) / (n - 1) \quad (2)$$

Koeficijent doslednosti, koji se koristi radi provere da li su vrednovanja konzistentna, izračunava se kao odnos indeksa doslednosti i nasumičnog indeksa:

$$CR = CI/RI \quad (3)$$

## 2.2. Entropy metoda za određivanje težinskih parametara

Jedan od najvažnijih parametara koji moraju biti definisani prilikom formiranja optimalnog višekriterijumskog modela, jesu relativni težinski koeficijenti kriterijuma. Kako bi se definisali težinski parametri svakog kriterijuma  $C_j$ , neophodno je odrediti značaj svakog od njih u modelu višekriterijumskog odlučivanja, gde značaj kriterijuma odražava subjektivne preferencije samih donosioca odluke kao i objektivne karakteristike vrednosti samih kriterijuma. Međutim, glavni problem prilikom subjektivnog pristupa određivanju težinskih koeficijenata kriterijuma jeste nesaglasnost. Taj problem proizilazi iz činjenice da donosioci odluke ne mogu uvek da daju doslednu procenu prema različitim šemama za određivanje težinskih koeficijenata, kao i iz činjenice da proces određivanja težinskih koeficijenata zavisi od strukture problema.

Rešenje problema jeste objektivni pristup obračunu težinskih koeficijenata svakog kriterijuma. Objektivni obračun bazira se na prosečnoj informaciji, koja je generisana setom alternativa  $A$  za svaki kriterijum  $C_j$  i odražava prirodu suprotstavljenih kriterijuma omogućavajući udruživanje međusobno zavisnih kriterijuma. Jedna od najpoznatijih metoda za određivanje objektivnih težinskih koeficijenata je Shannon-ov entropy metod [9].

Shannon-ov metod se koristi za određivanje stepena poremećaja i korisnosti u informacionom sistemu. Što je manja entropijska vrednost, manji je i poremećaj [14].

Procedura objektivnog određivanja težinskih koeficijenata, primenom Shannon-ovog entropijskog metoda, sastoji se iz sledećih koraka [9]:

Korak 1. Za formiranu matricu odlučivanja, koja se sastoji od elemenata odlučivanja:  $a_i$ ,  $C_j$  i  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ), svaka vrednost elementa  $x_{ij}$ , prevodi se u kardinal korisnosti  $u_{ij}$  mišljenja  $a_i$  i treba biti normalizovana za svaki kriterijum  $C_j$ :

$$p_{ij} = \frac{1+u_{ij}}{\sum_{i=1}^m (1+u_{ij})}, j = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

Korak 2. Broj informacija za donošenje odluka sadržanih u normalizovanoj matrici odlučivanja i emitovane iz svakog kriterijuma  $C_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), može se odrediti entropijskom vrednošću  $E_j$ , na sledeći način:

$$0 \leq E_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m p_{ij} \times \ln p_{ij} \leq 1; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

gde  $(1/\ln(m))$  predstavlja konstantu koja garantuje da je entropijska vrednost  $E_j$  između 0 i 1.

Korak 3. Stepen divergencije ( $d_j$ ) od prosečne svojstvene informacije sadržan u svakom kriterijumu  $C_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) računa se primenom jednačine:

$$d_j = 1 - E_j, j = 1, 2, \dots, n; \quad (6)$$

Korak 4. Konačno, entropijski težinski koeficijent  $j^{\text{tog}}$  kriterijuma dobija se primenom jednačine:

$$w_{ej} = w_{oj} = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}; j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

### 2.3. Jezičke varijable

Konvencionalne tehnike za sistemsku analizu, suštinski su nepogodne za rad sa humanističkim sistemima čije je ponašanje i delovanje pod velikim uticajem od strane ljudskih presuda, odluka, percepcija i emocija. Sa porastom složenosti sistema, naša sposobnost da donesemo precizne i značajne odluke o ponašanju ove vrste sistema, smanjuje se, dok se ne postigne prag iza kojeg preciznost i značaj postaju karakteristike koje jedna drugu međusobno isključuju [15].

Upravo iz ovog razloga, Zadeh je predložio koncept jezičkih varijabli kao alternativni način za modelovanje pristupa, kojim bi se na približan način rezimirale informacije i izrazile u vidu fuzzy setova umesto jasno definisanim brojevima [15].

U skladu sa tim, prilikom daljeg rada korišćiće se jezičke varijable kako bi se izrazio značaj i prioritet svakog kriterijuma, ali i težinskih parametara. Jezičke varijable se mogu prikazati na sledeći način:

**Tabela 1.** Jezičke varijable za određivanje fuzzy setova alternativa po svakom kriterijumu [16]

Very Not Poor (VNP)	(0, 0, 0.1)
Poor (P)	(0, 0.1, 0.3)
Medium Poor (MP)	(0.1, 0.3, 0.5)
Fair (F)	(0.3, 0.5, 0.7)
Medium Good (MG)	(0.5, 0.7, 0.9)
Good (G)	(0.7, 0.9, 1.0)
Very Good (VG)	(0.9, 1.0, 1.0)

**Tabela 2.** Jezičke varijable za određivanje fuzzy setova težinskih parametara [16]

Very Not Important (VNI)	(0, 0, 0.1)
Not Important (NI)	(0, 0.1, 0.3)
Somewhat Not Important (SNI)	(0.1, 0.3, 0.5)
Medium (M)	(0.3, 0.5, 0.7)
Somewhat Important (SI)	(0.5, 0.7, 0.9)
Important (I)	(0.7, 0.9, 1.0)
Very Important (VI)	(0.9, 1.0, 1.0)

## 2.4. Fuzzy Topsis metoda

Metoda Topsis se primenjuje prilikom rešavanja problema u realnim situacijama. Uprkos popularnosti i jednostavnom konceptu, ovaj metod je često kritikovan zbog nemogućnosti da se adekvatno rukuje neizvesnošću i nepreciznošću u momentu kada donosilac odluke kao rezultat želi jasne i precizne rezultate. Sa druge strane, fuzzy Topsis metoda predstavlja jednu od fuzzy metoda višekriterijumskog odlučivanja, u kojoj se teorija fuzzy skupova koristi radi poboljšanja metode Topsis prilikom odlučivanja kada se uzimaju u obzir nedovoljno precizni podaci [17]. Ovaj metod je pogodan za rešavanje problema grupnog odlučivanja u okviru fuzzy okruženja [18].

Fuzzy Topsis tokom primene koristi triangularne fuzzy brojeve. Razlog njihovog korišćenja je intuitivno i lako korišćenje ovih brojeva prilikom računanja. Pored toga, uspostavljanje modela korišćenjem ovih brojeva, pokazalo se kao efikasan način za formulisanje problema kod kojih su dostupne informacije subjektivne i neprecizne.

Primena fuzzy Topsis metodologije se sastoji iz sledećih koraka [19]:

Korak 1. Izabrati lingvističke vrednosti  $(\tilde{x}_{ij}, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J)$  za alternative uzimajući u obzir date kriterijume. Fuzzy triangularna lingvistička ocena  $(\tilde{x}_{ij})$  predstavlja opseg koji se sastoji od triangularnih fuzzy brojeva koji pripadaju skupu  $[0, 1]$ .

Korak 2. Odrediti matricu odlučivanja sa težinskim koeficijentima. Ponderisana vrednost  $\tilde{v}_{ij}$  dobija se primenom jednačine:

$$v_{ij} = w_i \times r_{ij} \quad (8)$$

Korak 3. Odrediti idealno-pozitivna rešenja ( $A^*$ ) i idealno-negativna rešenja ( $A^-$ ). Fuzzy idealno-pozitivna rešenja ( $FPIS, A^*$ ), kao i fuzzy idealno-negativna rešenja ( $FPIS, A^-$ ), dobijaju se primenom jednačina [13]:

$$A^* = \{v^*_1, v^*_2, \dots, v^*_i\} = \{(\max_j v_{ij} | i \in I^*), (\min_j v_{ij} | i \in I''), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J\} \quad (9)$$

$$A^- = \{v^-_1, v^-_2, \dots, v^-_i\} = \{(\min_j v_{ij} | i \in I^*), (\max_j v_{ij} | i \in I''), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, J\} \quad (10)$$

gde  $I^*$  predstavlja korisne odnosno povoljne kriterijume, dok  $I''$  predstavlja kriterijume troškova tj nepovoljne kriterijume.

Korak 4. Izračunati udaljenost svake alternative od  $A^*$  i  $A^-$  primenom sledećih jednačina [19]:

$$D_j^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_i^*), j = 1, 2, \dots, J. \quad (11)$$

$$D_j^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_i^-), j = 1, 2, \dots, J. \quad (12)$$

Korak 5. Izračunavanje sličnosti idealnom rešenju [19]:

$$CC_j = \frac{D_j^-}{D_j^* + D_j^-}, j = 1, 2, \dots, J. \quad (13)$$

Korak 6. Rangirati alternative. Izabrati alternativu sa najvećim  $CC_j^*$  ili

rangirati alternative na osnovu vrednosti  $CC_j^*$  po opadajućem redosledu [19].

### 3. REZULTATI I DISKUSIJA

Nakon definisanja svih alata višekriterijumskog odlučivanja neophodnih za rad, sledeći korak jeste definisanje problematike, čije je rešenje ključni zadatak ovog rada. Primena do sada obrazloženih teorija i izraza na podatke koji su preuzeti iz naučnog rada, prikazana je postupno, pri čemu je svaki korak detaljno objašnjen.

#### 3.1. Definisanje problema

Primenom fuzzy topsis metodologije na studiju slučaja preuzetu iz naučnog rada [9], nastoji se ne samo rangiranju alternativa, u ovom slučaju koncentrata, već i uspostavljanju mogućnosti za uporednu analizu sa rezultatima istog. Polazni podaci, neophodni tokom daljeg rada, prikazani su u tabeli 3.

**Tabela 3.** Početni podaci koncentrata cinka

		Kriterijumi																Tržišna cena		
Br.	Koncentrat	Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	SiO <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F	USD/ DMT	
		%	%	%	%	%	%	%	(g/t)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1	B:Bugarska	49.3	30	1.96	0.29	0.006	0.002	0.17	5	2.85	6.9	2.25	0.001	0.002	0.008	0.38	0.02	0.01	0.01	498
2	Pe:Peru	53.75	32.2	0.55	0.09	0.002	0.001	0.14	5	0.56	9.05	1.7	0.001	0.02	0.13	0.14	0.01	0.013		580
3	S1:Srbija	47.16	32.85	1.52	0.36	0.01	0.006	0.35	11	0.85	13.15	2.2	0.001	0.007	0.09	0.45	0.01	0.009		447
4	S2:Srbija	49.8	31.75	0.22	0.28	0.001	0.001	0.17	7	1.75	11.46	1.85	0.064	0.04	0.08	0.09	0.01	0.01		501
5	M1:Makedonija	50.22	32.3	0.53	0.26	0.001	0.001	0.5	15	2.77	6.8	4.55	0.027	0.13	0.06	0.12	0.01	0.01		515
6	M2:Makedonija	55.25	31.35	0.98	0.42	0.01	0.001	0.28	9	3.31	4.69	1.9	0.001	0.002	0.13	0.38	0.01	0.01		606
7	M3:Makedonija	47.6	31.35	1.04	0.42	0.011	0.001	0.22	9	1.5	10.55	2.6	0.001	0.01	0.16	1.57	0.01	0.01		460
8	BiH:Bosna i Hercegovina	48.72	33.15	0.3	0.49	0.001	0.001	0.08	10	1.89	13.22	0.62	0.012	0.18	0.1	0.4	0.01	0.008		476
9	G:Grčka	50.37	33.5	0.21	0.3	0.001	0.002	0.05	11	1.06	10.85	0.95	0.02	1.02	0.07	0.3	0.01	0.005		513
10	T:Turska	46.45	32.5	2.06	0.23	0.056	0.003	0.38	8	2.65	9.75	3.3	0.002	0.05	0.07	0.43	0.01	0.01		440



Prilikom korišćenja podataka iz tabele 3, treba uzeti u obzir da su sve komponente koncentrata, osim prva dva kriterijuma (Zn i Stot), sa monotono

opadajućom funkcijom preferencija („što manje, to bolje“).

Podaci sa kojima se vrši uopredna analiza dati su u tabeli:

**Tabela 4.** Rezultati PROMETHEE/GAIA analize

PROMETHEE/GAIA analiza [9]	
Scenario III	Scenario IV
Alternativa/Simbol modela	Alternativa/Simbol modela
G: Grčka/Koncentrat 9	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8
BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	G: Grčka/Koncentrat 9
S2:Srbija/Koncentrat 4	S2:Srbija/Koncentrat 4
S1: Srbija/Koncentrat 3	S1: Srbija/Koncentrat 3
M3: Makedonija/Koncentrat 7	M3: Makedonija/Koncentrat 7
Pe:Peru/Koncentrat 2	T:Turska/Koncentrat 10
M1:Makedonija/Koncentrat 5	Pe:Peru/Koncentrat 2
T:Turska/Koncentrat 10	B:Bugarska/Koncentrat 1
B:Bugarska/Koncentrat 1	M1:Makedonija/Koncentrat 5
M2:Makedonija/Koncentrat 6	M2:Makedonija/Koncentrat 6

Neophodno je implementirati metodologiju fuzzy Topsis, na podatke u tabeli (3) kako bi se rezultati dobijeni navedenom metodom uporedili sa podacima iz tabele (4). U tome se može ogledati praktičan doprinos ovog istraživanja – uporednoj analizi već dobijenih rezultata u prethodnom istraživanju primenom alata PROMETHEE/GAIA.

### 3.2. Višekriterijumska analiza

Radi povećanja efikasnosti i kvaliteta, a pre sve preciznosti same odluke, s obzirom na to da je cilj rada rangiranje koncentrata cinka uzevši u obzir povoljne i nepovoljne komponente, koristi se pristup – fuzzy logika. Sama primena ovog pristupa nije toliko jednostavna, i ne možemo odmah primeniti navedeni pristup na podatke kojima raspoložemo. Iz tog razloga neophodno je, najpre, normalizovati podatke.

Tabela 5. Normalizovane vrednosti početnih podataka

		Kriterijumi														Tržišna cena				
Br.	Koncentrat	Zn	Stot	Cu	Cd	Co	Ni	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Tl	Pb	Fe	S <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	Sb	As	MgO	CaO	Cl	F	USD/D MT	
		%	%	%	%	%	%	%	(g/t)	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
1	B:Bugarska	0.41	0.00	0.05	0.50	0.91	0.80	0.73	1.00	0.17	0.74	0.59	1.00	1.00	0.80	0.80	0.00	0.38	0.65	
2	Pe:Peru	0.88	0.83	0.82	1.00	0.98	1.0	0.80	1.00	1.00	0.49	0.73	1.00	0.98	0.30	0.97	1.00	0.00	0.16	
3	S1:Srbija	0.11	0.93	0.29	0.33	0.84	0.00	0.33	0.40	0.89	0.01	0.60	1.00	1.00	0.70	0.76	1.00	0.50	0.96	
4	S2:Srbija	0.48	0.73	0.99	0.53	1.0	1.00	0.73	0.80	0.57	0.21	0.69	0.00	0.96	0.80	1.00	1.00	0.38	0.63	
5	M1:Makedonija	0.53	0.84	0.83	0.58	1.0	1.00	0.00	0.00	0.20	0.75	0.00	0.59	0.87	1.00	0.98	1.00	0.38	0.55	
6	M2:Makedonija	1.00	0.62	0.58	0.18	0.84	1.00	0.49	0.60	0.00	1.00	0.67	1.00	1.00	0.30	0.80	1.00	0.38	0.00	
7	M3:Makedonija	0.18	0.62	0.55	0.18	0.82	1.00	0.62	0.60	0.66	0.31	0.50	1.00	0.99	0.00	0.00	1.00	0.38	0.88	
8	BiH:Bosna i Hercegovina	0.34	0.96	0.95	0.00	1.0	1.00	0.93	0.50	0.52	0.00	1.00	0.83	0.83	0.60	0.79	1.00	0.63	0.78	
9	G:Grčka	0.54	1.00	1.00	0.48	1.0	0.80	1.00	0.40	0.82	0.28	0.92	0.70	0.00	0.90	0.86	1.00	1.00	0.56	
10	T:Turska	0.00	0.88	0.00	0.65	0.00	0.60	0.27	0.70	0.24	0.41	0.32	0.98	0.95	0.90	0.87	1.00	0.38	1.00	
Subjektivni težinski parametri		0.12	0.11	0.06	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.06	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.3	
Objektivni težinski parametri		0.05	0.033	0.06 <sub>2</sub>	0.041	0.034	0.037	0.044	0.039	0.05 <sub>5</sub>	0.05 <sub>6</sub>	0.03 <sub>6</sub>	0.038	0.034	0.045	0.031	0.035	0.032	0.3	

Korak 1. Primena ove faze sastoji se u određivanju fuzzy setova primenom tabele (1) za kvalitativno ocenjivanje alternativa i tabele (2) za kvalitativno ocenjivanje težinskih parametara.

Korak 2. Vršiti se prebacivanje kvalitativnih ocena u kvantitativne i dodeljivanje subjektivnih i objektivnih ocena primenom izraza (8).

Korak 3. Kao idealno-pozitivno rešenje ( $A^*$ ) uzima se vrednost 1, dok se

kao idealno-negativno ( $A^-$ ) rešenje uzima vrednost 0, za svaku alternativu uzimajući u obzir sve kriterijume, respektivno.

Korak 4. Proračun udaljenosti svake alternative od idealno-pozitivnog rešenja vrši se primenom izraza (11), dok se proračun udaljenosti od idealno-negativnog rešenja vrši primenom izraza (12).

**Tabela 6.** Proračuni udaljenosti alternativa, Scenario 1 i 2.

Proračun udaljenosti korišenjem subjektivno određenih težinskih parametara										
Udaljenost od najboljih rešenja	17,090	16,973	16,890	16,833	17,011	17,166	16,952	16,795	16,860	17,030
Udaljenost od najgorih rešenja	1,356	1,735	1,574	1,726	1,481	1,284	1,527	1,757	1,706	1,379
Proračun udaljenosti korišenjem objektivno određenih težinskih parametara										
Udaljenost od najboljih rešenja	17,103	17,158	17,001	16,952	17,106	17,303	17,012	16,934	16,995	17,084
Udaljenost od najgorih rešenja	1,357	1,421	1,425	1,580	1,371	1,142	1,441	1,578	1,733	1,303

Korak 6. Primena izraza (13) dovodi do proračuna krajnjih vrednosti neophodnih za rangiranje koncentrata.

**Tabela 7.** Konačni rezultati i rang koncentrata

Rang	Alternativa/Simbol modela	CC <sub>j</sub>	Alternativa/Simbol modela	CC <sub>j</sub>
1	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	0.095	G: Grčka/Koncentrat 9	0.093
2	S2: Srbija/Koncentrat 4	0.093	S2: Srbija/Koncentrat 4	0.085
3	G: Grčka/Koncentrat 9	0.092	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	0.085
4	Pe: Peru/Koncentrat 2	0.088	M3: Makedonija/Koncentrat 7	0.078
5	S1: Srbija/Koncentrat 3	0.085	S1: Srbija/Koncentrat 3	0.077
6	M3: Makedonija/Koncentrat 7	0.083	Pe: Peru/Koncentrat 2	0.076
7	M1: Makedonija/Koncentrat 5	0.080	B: Bugarska/Koncentrat 1	0.074
8	T: Turska/Koncentrat 10	0.075	M1: Makedonija/Koncentrat 5	0.074
9	B: Bugarska/Koncentrat 1	0.074	T: Turska/Koncentrat 10	0.071
10	M2: Makedonija/Koncentrat 6	0.070	M2: Makedonija/Koncentrat 6	0.062

### 3.3. Diskusija dobijenih rezultata

Primenom fuzzy logike, na vrednostima težinskih parametara, korišćenjem jezičkih varijabli, uočava se odstupanje između ovih scenarija, usled čega je došlo do razlike prilikom rangiranja. Kada je odstupanje u pitanju, misli se pre svega na drugačije formirane pragove važnosti nekih od kriterijuma. Prema prvom scenariju - subjektivnoj proceni, veći prag važnosti dodeljen je prvom (Zn) i desetom kriterijumu (Fe), a manji drugom kriterijumu (Stot) u odnosu na iste, uzete u obzir prilikom objektivne procene.

**Tabela 8.** *Uporedni prikaz dva istraživačka rada izvedena na istim podacima*

Rang	Fuzzy Topsis analiza		PROMETHEE/GAIA analiza [9]	
	Scenario I	Scenario II	Scenario III	Scenario IV
	Alternativa/Simbol modela	Alternativa/Simbol modela	Alternativa/Simbol modela	Alternativa/Simbol modela
1	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	G: Grčka/Koncentrat 9	G: Grčka/Koncentrat 9	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8
2	S2:Srbija/Koncentrat 4	S2:Srbija/Koncentrat 4	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	G: Grčka/Koncentrat 9
3	G: Grčka/Koncentrat 9	BiH: Bosna i Hercegovina/Koncentrat 8	S2:Srbija/Koncentrat 4	S2:Srbija/Koncentrat 4
4	Pe:Peru/Koncentrat 2	M3:Makedonija/Koncentrat 7	S1:Srbija/Koncentrat 3	S1:Srbija/Koncentrat 3
5	S1:Srbija/Koncentrat 3	S1:Srbija/Koncentrat 3	M3:Makedonija/Koncentrat 7	M3:Makedonija/Koncentrat 7
6	M3:Makedonija/Koncentrat 7	Pe:Peru/Koncentrat 2	Pe:Peru/Koncentrat 2	T:Turska/Koncentrat 10
7	M1:Makedonija/Koncentrat 5	B:Bugarska/Koncentrat 1	M1:Makedonija/Koncentrat 5	Pe:Peru/Koncentrat 2
8	T:Turska/Koncentrat 10	M1:Makedonija/Koncentrat 5	T:Turska/Koncentrat 10	B:Bugarska/Koncentrat 1
9	B:Bugarska/Koncentrat 1	T:Turska/Koncentrat 10	B:Bugarska/Koncentrat 1	M1:Makedonija/Koncentrat 5
10	M2:Makedonija/Koncentrat 6	M2:Makedonija/Koncentrat 6	M2:Makedonija/Koncentrat 6	M2:Makedonija/Koncentrat 6

Iz tabele se može primetiti ne toliko značajna razlika u rangiranju koncentrata cinka. Naime, i prilikom rangiranja koncentrata cinka primenom metode PROMETHEE/GAIA, hijerarhijski raspored alternativa ne dovodi do velikog odstupanja, bez obzira na razliku u samom postupku primene ove metode i odsustvu primene fuzzy logike. Takođe, može se uočiti razlika u

Pored toga, uporedna analiza rezultata se može izvršiti i u odnosu na sprovedena slična istraživanja sprovedena u naučnom radu u kome je u svrhu rangiranja korišćen metod PROMETHEE / GAIA [9]. Rad sa kojim se vrši uporedna analiza, zasniva se takođe na rangiranju istih koncentrata cinka koristeći iste podatke za rad, kao i alate za određivanje težinskih parametara, s obzirom da su podaci preuzeti iz tog rada. U tabeli (8) dati su rezultati istraživanja sa kojim se vrši uporedna analiza:

rangu koncentrata u zavisnosti od dodeljenih težinskih parametara.

I pored značajne razlike u metodološkom pristupu ove dve analize, nije došlo do značajne razlike prilikom rangiranja i samim tim izbora najboljih koncentrata. Primenom metodologije fuzzy Topsis mogu se potvrditi rezultati dobijeni u drugom istraživačkom radu

[9]. Krajnja odluka izbora koncentrata ostaje donosiocu odluke.

#### 4. ZAKLJUČAK

Prisustvo odnosno procentualni udeo svih, kako korisnih, tako i štetnih materija, u koncentratima cinka, igra značajnu ulogu prilikom donošenja prave odluke. Zato je neophodno uzeti u obzir svaki od kriterijuma prilikom analiziranja kako bi se postigli postavljeni ciljevi. Formiranje modela odlučivanja uključuje veliki broj koncentrata cinka, kao i kriterijuma, koji se razlikuju kako po hemijskom sastavu, tako i po ceni. U okviru ovog rada, predloženo je rešenje problema, koje zapravo predstavlja uspostavljanje optimalnog modela višekriterijumskog odlučivanja.

U tu svrhu, korišćen je noviji pristup donošenju odluka Fuzzy Topsis, koji pored standardne primene metode Topsis, uključuje i definisanje fuzzy skupova. Za određivanje fuzzy skupova,

korišćene su jezičke varijable (tabele 1 i 2), a u cilju određivanja težinskih parametara, upotrebljene su metoda AHP radi iznalaženja subjektivnih težinskih parametara i Entropy metoda radi iznalaženja objektivnih težinskih parametara, što je ujedno i predstavljalo dva različita scenaria. Svi ovi alati, našli su se kao veoma korisni prilikom rešavanja ovog kompleksnog strateškog problema.

Rezultati koji su postignuti kroz dva različita scenarija, doveli su do odgovarajućeg rangiranja koncentrata (tabela 7) koje će biti od velike koristi onome ko bude doneo krajnju odluku o izboru koncentrata, s obzirom na to da odstupanja rezultata u okviru oba scenarija nisu velika.

Ovom prilikom, omogućena je i uporedna analiza sa istraživačkim radom slične sadržine, usled kombinacije jednog od korisnih alata odlučivanja sa matematičkim modelom kao što je fuzzy logika.

## APPLICATION OF FUZZY TOPSIS METHODOLOGY IN MULTICRITERIA DECISION ANALYSIS

*Bili Petrović*

---

### Abstract

The selection of the optimal, best zinc concentrate represents a strategic issue due the existence of many alternatives and criteria which must be taken into account during decision making. The achieved decision will have a significant impact on business because of the technical, ecologic and economic goals which must be reached. Accordingly, the main objective of this paper is demonstration of the application of fuzzy Topsis methodology, in whose purpose, as the subject of this research, a case study from the another scientific work, where the ranking and finding the optimal mixture of chemical elements in the concentrates is done through the PROMETHEE/GAIA method, is taken. The analysis is performed on two scenarios: first, in which the AHP method is used for determining the subjective weights, and second in which the Entropy method is used for determining the objective weights, while the final decision is made by the implementation of the Fuzzy Topsis methodology.

**Keywords:** *Concentrate, Decision, Fuzzy Topsis, AHP, Entropy method*

---

## LITERATURA

- [1] Gwo-Hsiung Tzeng, Jin-Jeng Huang, Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications
- [2] Diushenaliyeva E., Romualdas R., Multiple attribute decision making model for analysis of the crisis situation in the enterprise, 7th International Scientific Conference "Business and Management 2012", 10-11, (2012)
- [3] Paksoy T., Pehlivan Y. N., Kahraman C., Organizational strategy development in distribution channel management using fuzzy AHP and hierarchical fuzzy TOPSIS, Experts Systems with Applications, 39, 2822-2841 (2012)
- [4] Fenton N., Wang W., Risk and confidence analysis for fuzzy multicriteria decision making, Knowledge-Based Systems, 19, 430-437 (2006)
- [5] Blagojević B, Matić-Kekić M., Ružić D., Dedović D., Primena metoda SAW, TOPSIS i CP u rangiranju traktora na bazi ergonomskih karakteristika, Cont. Arg. Engng., Vol. 38, No. 4, 287-376 (2012)
- [6] Catak O. F., Karabas S., Yildirim S., Fuzzy Analytic Hierarchy Based DBMS Selection in Turkish National Identity Card Management Project, International Journal of Information Sciences and Techniques, Vol.2, No.4 (2012)
- [7] Safari H, Applying PROMETHEE Method based on Entropy Weight for Supplier Selection, Business management and strategy, Vol. 3, No. 1, 2157-6068 (2012)
- [8] Paščević Ž., Praščević N., One modification of fuzzy TOPSIS method, (2012)
- [9] Savić M., Nikolić Đ., Mihajlović I., Živković Ž., Bojanov B., Đorđević P., Multi-criteria decision support system for optimal blending process in zinc production, Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review (in press).
- [10] Sun Chia-Chi, A performance evaluation model by integrating fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS methods, Expert Systems with Applications, 37, 7745-7754 (2010)
- [11] Melvin A., Decision-Making using the Analytic Hierarchy Process (AHP) and SAS/IML®, Baltimor (2012)
- [12] Vaidya S. O., Kumar S., Analytic hierarchy process: An overview of applications, European Journal of Operational Research, 169, 1–29 (2006)
- [13] Dağdeviren M., Serkan Yavuz S., Kılınç N., Weapon selection using the AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment, Expert Systems with Applications, 36, 8143–8151 (2009)
- [14] Li X., Wang K., Liu L., Xin J., Yang H., Gao C., Application of the Entropy Weight and TOPSIS Method in Safety Evaluation of Coal Mines, Procedia Engineering , 26, 2085 – 2091 (2011)
- [15] Hefny A. H., Elsayed M. H., Aly F. H., Fuzzy multi-criteria decision making model for different scenarios of electrical power generation in Egypt, Egyptian Informatics Journal, 14, 125–133 (2013)
- [16] Madi N. E., Md Tap A. O., Fuzzy Topsis Method in the selection of Investment Boards by Incorporating Operational Risks, Proceedings of the World Congress on Engineering, Vol. I, 6-8 (2011).
- [17] Liu Chiun-Ming, Ji Mei-Yu, Chuang Wen - Chien, Fuzzy TOPSIS for

Multiresponse Quality Problems in Wafer Fabrication Processes, *Advances in Fuzzy Systems* (2013)

[18] Yang T., Hung Chih-Ching, Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 23, 126–137 (2007)

[19] Sanjković V., Evaluation of the Quality Submitted Projects in the EU Erasmus Programme using fuzzy TOPSIS Method, *Electronic International Interdisciplinary Conference*, Cakovec (2012)