

Informatika 1

Bulova i prekidačka algebra

Doc. dr Darko Brodić
Tehnički fakultet u Boru
Univerzitet u Beogradu

6

Predavanje 6

1. Bulova i prekidačka algebra
2. Domaći zadaci

Bulova algebra

- U Bulovoj algebri definišemo šestorku:
- $(B, +, *, \neg, 0, 1)$
- Pri tom su binarni operatori $+$ i $*$, dok je $\neg$ unarni operator
- 0 i 1 predstavljaju različite elemente skupa B

Bulova algebra

- Za binarnu algebru vrede sledeće zakonitosti:
 1. Zatvorenost
 2. Postojanje neutralnih elemenata
 3. Komutativnost i asocijativnost
 4. Distributivnost
 5. Postojanje inverznog elementa
 6. U skupu elemenata B postoje najmanje dva elementa

Zatvorenost

- Za svaki element a i b iz skupa B ($a \in B$, $b \in B$) vredi
- $a+b$ je element B i
- $a*b$ je element B , odnosno
- $c1=a+b$
- $c2=a*b$
- $(a \in B, b \in B) \gg (c1 \in B, c2 \in B)$

Postojanje neutralnih elemenata

- Neutralni element je onaj element koji posle određene dualne operacije sa brojem x kao rezultat daje isti taj broj x .
- Za operaciju $+$ neutralni element je 0 pa vredi:
 - $0 + a = a + 0 = a$
- Za operaciju $*$ neutralni element je 1 pa vredi:
 - $1 * a = a * 1 = a$

Komutativnost i asocijativnost

- Za element a , b i c iz skupa B vredi:
- $a + b = b + a$
- $a * b = b * a$
- i
- $(a + b) + c = a + (b + c)$
- $(a * b) * c = a * (b * c)$

Distributivnost

- Za a, b i c iz skupa B vredi:
- $a * (b + c) = a * b + a * c$
- $a + (b * c) = (a + b) * (a + c)$

Postojanje inverznog elementa

- Inverzni element je onaj element koji posle operacije $*$ broja i njegovog inverznog elementa daje 0, a posle operacije $+$ broja i njegovog inverznog elementa daje 1.
- Inverzni element se označava postavljanjem ispred elementa oznake $\neg$
- tj. za a je to $\neg a$ i vredi:
- $a * \neg a = 0$
- $a + \neg a = 1$

Bulova algebra

x	y	$x+y$	$x*y$	$\neg_x$
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	0

Prekidačka algebra

- Prekidačka algebra koristi sledeće termine:
- Umesto $+$ koristi se OR ili $\vee$
- Umesto $*$ koristi se AND ili $\wedge$
- Umesto $-$ koristi se NOT ili $\neg$
- Pa vredi sledeće

Prekidačka algebra

x	y	$x \vee y$	$x \wedge y$	$\neg x$
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	0

Korelacija Bulove i prekidačke algebre

Bulova	Podskupovi skupa U	Prekidačka
$x+y$	$x \cup y$	$x \vee y$
$x \cdot y$	$x \cap y$	$x \wedge y$
$\neg x$	x^c	$\neg x$
0	$\emptyset$	0
1	U	1
=	=	ekvivalencija

Domaći zadatak

Zadatak 1.

Dokazati:

- Zatvorenost
- Postojanje neutralnih elemenata
- Komutativnost i asocijativnost
- Distributivnost
- Postojanje inverznog elementa

Za $a = 1$, $b = 0$ i $c = 1$