Dr Dejan Bogdanović
MSc Nenad Milijić

UPRAVLJANJE PROCESIMA RADA

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA

Dr Dejan Bogdanović
MSc Nenad Milijić

UPRAVLJANJE PROCESIMA RADA

ZBIRKA REŠENIH ZADATAKA

Bor 2012.

1. LINEARNO PROGRAMIRANJE

Zadatak 1. Privatna kompanija između ostalog proizvodi i drvene gajbice za jabuke i breskve. Odeljenje za plan i analizu ove kompanije želi da napravi optimalan plan proizvodnje (plan koji garantuje najveću dobit). Proizvodnja artikala za narednu sezonu se planira u roku od jednog meseca. Proizvodni proces se odvija na 3 radna mesta i to RM1, RM2 i RM3, koja raspolažu kapacitetom od 20 radna dana sa radom u jednoj smeni (7h/dan).

Za proizvodnju je potrebno utrošiti:

- za gajbicu za jabuke (po komadu): 20min na RM1, 10min na RM2 i 15min na RM3
- za gajbicu za breskve (po komadu): 15 min na RM1, 10min na RM2 i 15 min na RM3.

Potrošnja materijala po jedinici proizvoda iznosi 3kg za gajbice za jabuke i 4kg za gajbice za breskve. U skladištu ima 1300 kg materijala.

Ispitivanje tržišta, koje je uzelo u obzir savremeni dizajn proizvoda, vrhunski kvalitet završne obrade i dokazani renome firme je pokazalo da se u razmatranom periodu može plasirati najmanje 200, a najviše do 350 kom. gajbica za jabuke i do 450 kom. gajbica za breskve.

Dobit po jedinici proizvoda je: 12 n.j. za gajbice za jabuke i 9 n.j. za gajbice za breskve.

Uraditi:

a) Formulisati matematički model problema kojim se definiše optimalni proizvodni program.

b) Odredite optimalni proizvodni program.

c) Ispitati da li određeni proizvodni program ostaje optimalan i u slučaju da zbog promena na tržištu dobit za gajbice za jabuke opadne za 5 n.j. po komadu, a za gajbice za breskve poraste za 3 n.j. po komadu.

Rešenje:

a)

x_1 – gajbice za jabuke (kom)
x_2 – gajbice za breskve (kom)

Resursi	x_1	x_2	**Kapacitet (min)**
RM1	20	15	8400
RM2	10	10	8400
RM3	15	15	8400
Dobit	12	9	-

20 x 7 = 140h x 60min = 8400 min/mes

F.ja cilja

max $F(x) = 12x_1 + 9x_2$

Ograničenja

$20x_1 + 15x_2 \leq 8400$
$10x_1 + 10x_2 \leq 8400$
$15x_1 + 15x_2 \leq 8400$
$3x_1 + 4x_2 \leq 1300$
$x_1 \leq 350$
$x_2 \leq 450$
$x_1 \geq 200$

b)

p_1: $20x_1 + 15x_2 = 8400$ / 8400

$$\frac{20x_1}{8400} + \frac{15x_2}{8400} = 1$$

$x_1 = 420$ $x_2 = 560$

p_2: $10x_1 + 10x_2 = 8400$ / 8400

$$\frac{10x_1}{8400} + \frac{10x_2}{8400} = 1$$

$x_1 = 840$ $x_2 = 840$

p_3: $15x_1 + 15x_2 = 8400$ / 8400

$$\frac{15x_1}{8400} + \frac{15x_2}{8400} = 1$$

$x_1 = 560$ $x_2 = 560$

p_4: $3x_1 + 4x_2 = 1300$ / 1300

$$\frac{3x_1}{1300} + \frac{4x_2}{1300} = 1$$

$x_1 = 433{,}33$ $x_2 = 325$

p_5: $x_1 = 350 \quad x_2 = 0$

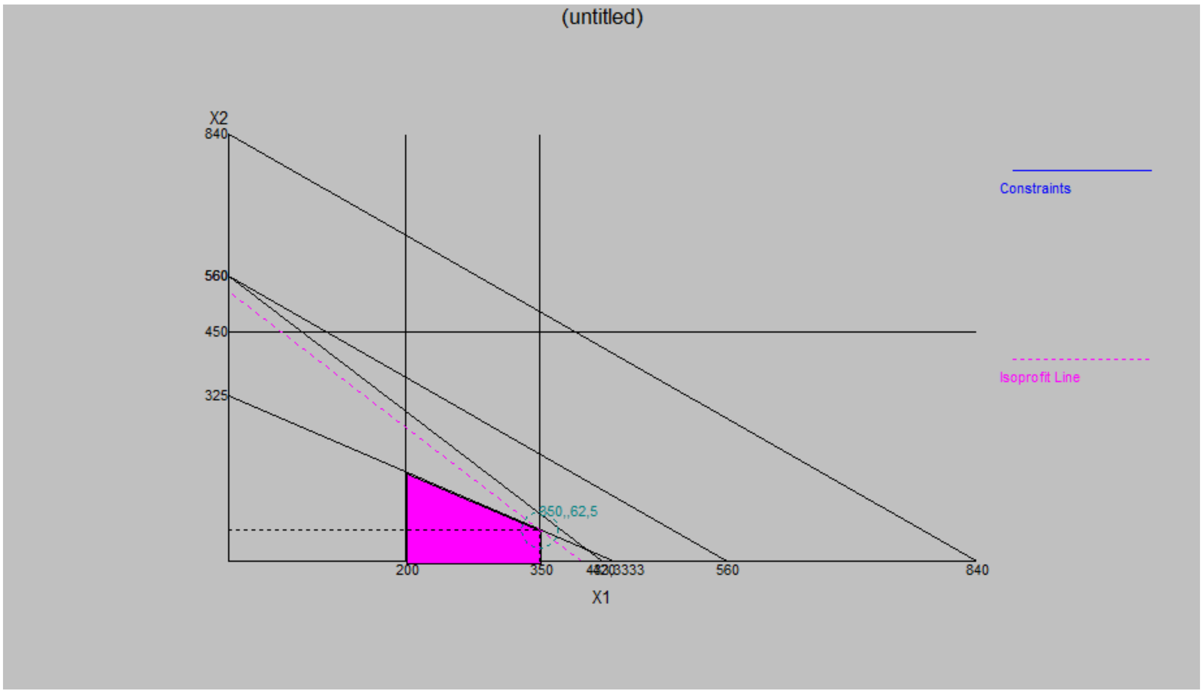
p_6: $x_1 = 0 \quad x_2 = 450$

p_7: $x_1 = 200 \quad x_2 = 0$

$F(x) = 12x_1 + 9x_2 = 0$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 0$

$x_1 = 300 \rightarrow x_2 = - 400$



Tačka optimalnog rešenja se nalazi u preseku pravi p_4 i p_5. Njene koordinate daju optimalno rešenje.

$3x_1 + 4x_2 = 1300$
$x_1 = 350$

Kada se zamene vrednosti (vrednost x_1 iz druge jednačine se ubacuje u prvu jednačinu) dobija se sledeće:

$3*350 + 4x_2 = 1300$

$x_2 = (1300 – 3*350) / 4$

$x_2 = 62,5$

Optimalno rešenje (koordinate preseka)
x_1=350, x_2=62,5

max F(x)=12 x 350 + 9 x 62,5 = 4.762,5 n.j.

c)

max F(x)=7 x 350 + 12 x 62,5 = 3200 n.j.

Zadatak 2. Porodica priprema slavlje. Za deo posluženja potrebno je pripremiti najmanje 700 komada sitnih kolača. U porodici se razmišlja o pripremanju dve vrste kolača: salčića i vanilica. Za pripremu kolača potrebno je upotrebiti:

- za jedan komad kolača salčića 20 *gr* brašna, a za jedan komad kolača vanilice 40 *gr*. Zbog prihvatljive cene sa jednim privatnim dobavljačem ugovoreno je da se nabavi najmanje 20 *kg* brašna.
- Cena izrade jednog komada kolača salčića je 0,20 *n.j.* a jednog komada kolača vanilice 0,30 *n.j.*

Želja porodice je da troškovi pripreme ovih kolača budu minimalni.

Uraditi:

a) Formulisati matematički model problema kojim se definiše optimalni proizvodni program,

b) Grafičkom metodom, odrediti optimalni proizvodni program.

Rešenje:

a)
x_1 – salčići (kom)
x_2 – vanilice (kom)

min F(x) = $0{,}2x_1 + 0{,}3x_2$

Ograničenja

$x_1 + x_2 \geq 700$
$0{,}02x_1 + 0{,}04x_2 \geq 20$

b)

p_1: $x_1 + x_2 = 700$ / 700

$$\frac{x_1}{700} + \frac{x_2}{700} = 1$$

$x_1 = 700$ $x_2 = 700$

p_2: $0{,}02x_1 + 0{,}04x_2 = 20$ / 20

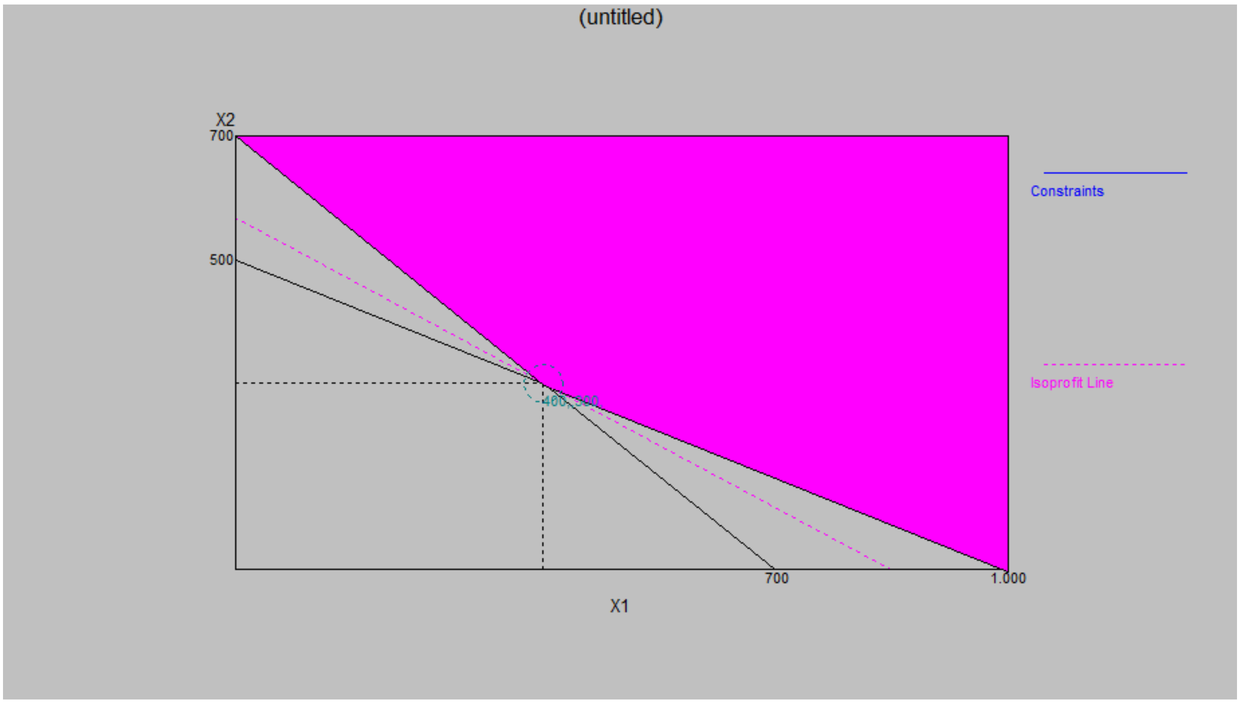
$$\frac{0{,}02x_1}{20} + \frac{0{,}04x_2}{20} = 1$$

$x_1 = 1000$ $x_2 = 500$

$F(x) = 0{,}2x_1 + 0{,}3x_2 = 0$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 0$

$x_1 = 700 \rightarrow x_2 = -466{,}7$



Tačka optimalnog rešenja se nalazi u preseku pravi p_1 i p_2. Njene koordinate daju optimalno rešenje.

$x_1 + x_2 = 700$
$0{,}02x_1 + 0{,}04x_2 = 20$ / *(-50)

$x_1 + x_2 = 700$
$-x_1 - 2x_2 = -1000$

Kada saberemo ove jednačine dobija se

$-x_2 = -300$

$x_2 = 300$

Kada se zamene vrednosti (vrednost x_1 iz druge jednačine se ubacuje u prvu jednačinu) dobija se sledeće:

$x_1 + 300 = 700$

$x_1 = 700 - 300$

$x_1 = 400$

Optimalno rešenje (koordinate preseka)
$x_1=400$, $x_2=300$

min $F(x)= 0,2 \times 400 + 0,3 \times 300 = 170$ n.j.

Zadatak 3. Pivara proizvodi četri vrste piva: svetlo, tamno, bez alkohola i premijum. Menadžment preduzeća želi da odredi program proizvodnje koji će obezbediti najveću dobit u poslovanju za naredno polugodište, pri čemu se može računati da jedan mesec ima u proseku 25 radnih dana. Ekonomskom analizom i ispitivanjem tržišta došlo se do podataka da su troškovi proizvodnje po jedinici proizvoda 15 n.j., 16 n.j., 18 n.j., 19 n.j. respektivno, a prodajna cena 30 n.j., 32 n.j., 38 n.j., 40 n.j. respektivno. Pri definisanju programa proizvodnje moraju se uzeti u obzir sledeći ograničavajući faktori: kapacitet mašine M, količina slada (sirovina S1), količina hmelja (sirovina S2), količina kvasca (sirovina S3), radna snaga, zavisnost između proizvedenih količina piva bez alkohola i premijum i zahtevi tržišta za proizvodima.

- Kapacitet mašine M iznosi 24 h dnevno, a za proizvodnju jedne jedinice proizvoda potrebno je 3 min, 2 min, 4 min i 6 min, respektivno.
- Mesečno se može nabaviti 200 kg slada. Za proizvodnju jedne jedinice navedenog artikla potrebno je 10 gr, 10 gr, 0 gr i 30 gr ove sirovine respektivno.

- Za razmatrani period je nabavljeno 500 kg hmelja. za proizvodnju jedne jedinice navedenog artikla potrebno je 20 gr, 10 gr, 20 gr i 10 gr, respektivno.

- Takođe, za razmatrani period je nabavljeno 300kg kvasce. Zbog kvarljivosti, celokupna količina se mora utrošiti do kraja razmatranog perioda. Za proizvodnju jedne jedinice navedenog artikla potrebno je 10 gr, 10 gr, 10 gr i 40 gr ove sirovine, respektivno.

- Zbog tehnoloških zahteva proizvodnje, postoji zavisnost između navedenih količina bez alkoholnog i premijum piva. Proizvodnja premijum piva može biti najviše 4 puta veća od proizvodnje bez alkoholnog.

- Za proizvodnju svetlog, tamnog, bez alkoholnog i premijum piva normativ radne snage je 3, 5, 4 i 4 min rada radnika respektivno. Ukupan broj radnika iznosi 30, a oni rade u proseku 20 radnih dana mesečno i to u jednoj smeni (prosečno vreme rada u smeni je 6,5h.

- Poznati kupci Ki(i=1,2,3,4,5) su za navedeni period dostavili svoje porudžbine. One iznose 50.000, 75.000, 40.000, 35.000, 60.000 jedinica svih proizvoda. Od navedene količine više se ne može plasirati, ali se porudžbinama ne mora obavezno udovoljiti.

Uraditi:

a) Napisati matematički program kojim se definiše optimalna proizvodnja.

b) Napisati početnu SIMPLEX tabelu, odrediti koja promenljiva ulazi u bazu, a koja izlazi iz baze.

c) Naći vrednost funkcije posle prve iteracije.

Rešenje:

x_1 – svetlo pivo (jedinica)
x_2 – tamno pivo (jedinica)
x_3 – bez alkoholno pivo (jedinica)
x_4 – premijum pivo (jedinica)

Proizvod	**C_k**	**P_c**	**D**
x_1	15	30	15
x_2	16	32	16
x_3	18	38	20
x_4	19	40	21

24h/dan x 60min x 25dan/mes x 6mes = 216 000 min
200kg/mes x 1000gr/kg x 6mes = 1 200 000 gr
500kg x 1000gr/kg = 500 000 gr
300kg x 1000gr/kg = 300000 gr
30radn x 20dan/mes x 1sm/dan x 6,5h/sm x 60min/h x 6mes = 1 404 000 min

Resursi	x_1	x_2	x_3	x_4	**Kapacitet**
Mašine	3	2	4	6	216 000
Slad	10	10	0	30	1 200 000
Hmelj	20	10	20	10	500 000
Kvasac	10	10	10	40	300 000
Radna snaga	3	5	4	4	1 404 000
Dobit	15	16	20	21	

$x_4 \leq 4x_3 \rightarrow -4x_3 + x_4 \leq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 50\,000 + 75\,000 + 40\,000 + 35\,000 + 60\,000 \rightarrow$
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 260\,000$

a)

F.ja cilja

$\max F(x) = 15x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 21x_4$

Ograničenja

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 \leq 216\,000$
$10x_1 + 10x_2 + 30x_4 \leq 1\,200\,000$
$20x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 10x_4 \leq 500\,000$
$10x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 40x_4 = 300\,000$
$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 1\,404\,000$

$-4x_3 + x_4 \leq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 260\,000$

b)

F.ja cilja

$\max F(x) = 15x_1 + 16x_2 + 20x_3 + 21x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 - Mx_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11}$

Ograničenja

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 + x_5 = 216\ 000$
$10x_1 + 10 + 30x_4 + x_6 = 1\ 200\ 000$
$20x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 10x_4 + x_7 = 500\ 000$
$10x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 40x_4 + x_8 = 300\ 000$
$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 + x_9 = 1\ 404\ 000$

$-4x_3 + x_4 + x_{10} = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_{11} = 260\ 000$

C			15	16	20	21	0	0	0	– M	0	0	0	**ϴ**
Cb	$\mathbf{x_b}$	**B**	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	
0	x_5	216000	3	2	4	6	1	0	0	0	0	0	0	36 000
0	x_6	1200000	10	10	0	30	0	1	0	0	0	0	0	40 000
0	x_7	500000	20	10	20	10	0	0	1	0	0	0	0	50 000
–M	x_8	300000	10	10	10	40	0	0	0	1	0	0	0	7 500
0	x_9	1404000	3	5	4	4	0	0	0	0	1	0	0	351 000
0	x_{10}	0	0	0	–4	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	x_{11}	260000	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	260 000
Fj – Cj		0	– 15	– 16	– 20	– 21	0	0	0	0	0	0	0	–
		-300000M	– 10M	– 10M	– 10M	– 40M	0	0	0	0	0	0	0	–

Ulazi x_4 a izlazi x_8.

c)

Fj – Cj = 0 – (7 500 x (- 21) + (- 300 000M) – (7 500 x (- 40M)) =
= 157 500 – 300 000M + 300 000 M =
= 157 500 n.j

Zadatak 4. Tekstilno preduzeće proizvodi kapute (proizvod x_1), muška odela (proizvod x_2) i ženske kapute (proizvod x_3). Proizvodni proces se odvija na 10 mašina tipa M1, 10 mašina tipa M2, 10 mašina tipa M3 i 10 mašina tipa M4.

Raspoloživi kapaciteti na mašinama u toku jednog meseca su:

M1: 20 dana x 16 h/dnevno

M2: 20 dana x 6 h/dnevno

M3: 20 dana x 20 h/dnevno

Za proizvodnju je potrebno utrošiti:

Ženski kaput (x_1): 4h na M1, 2h na M2, 4h na M3 i 3h na M4

Muško odelo (x_2): 4h na M1, 2h na M2, 4h na M3 i 3h na M4

Ženski komplet (x_3): 5h na M1, 3h na M2, 5h na M3 i 2h na M4

Za izradu ženskih kaputa uvozi se krzno polarne lisice, koje je raspoloživo u količini za izradu 300 kom/mesečno. Ispitivanje tržišta, koje je uzelo u obzir savremeni dizajn proizvoda i dokazani renome firme je pokazalo da tržište ne predstavlja ograničenje, osim za ženske komplete, koje je moguće u razmatranom periodu od mesec dana, plasirati najviše 450 kompleta.

Dobit po jedinici proizvoda je: 1.300 n.j. za ženske kapute, 1.200 n.j. za muška odela i 1.100 n.j. za ženske komplete.

Uraditi:

a) Formulisati matematički model problema kojim se definiše optimalni proizvodni program (asortiman koji garantuje najveću dobit).

b) Koristeći LINDO program naći optimalni proizvodni program.

c) Izvršiti analizu osetljivosti optimalnog rešenja.

Rešenje:

20dan x 16h/dan x 10maš = 3200 min
20dan x 6h/dan x 10maš = 1 200 min
20dan x 20h/dan x 10maš = 4000 min
20dan x 10,5h/dan x 10maš = 2100 min

Resursi	x_1	x_2	x_3	**Kapacitet**
M1	4	4	5	3200
M2	2	2	3	1 200
M3	4	4	5	4 000
M4	3	3	2	2100
Dobit	1300	1200	1100	

a)

F.ja cilja

$$\max F(x) = 1300x_1 + 1200x_2 + 1100x_3$$

Ograničenja

$4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 3200$
$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 1\,200$
$4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 4\,000$
$3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 2100$
$x_1 \leq 300$
$x_3 \leq 450$

b)

LINDO

```
max 1300x1+1200x2+1100x3
ST
4x1 + 4x2 + 5x3 <= 3 200
2x1 + 2x2 + 3x3 <= 1 200
4x1 + 4x2 + 5x3 <= 4 000
3x1 + 3x2 + 2x3 <= 2 100
x1 <= 300
x3 <= 450
END
```

c)

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)     0.7836000E+08

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1       300.000000          0.000000
        X2       300.000000          0.000000
        X3         0.000000        700.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)       800.000000          0.000000
        3)         0.000000        600.000000
        4)      1600.000000          0.000000
        5)       300.000000          0.000000
        6)         0.000000     258800.000000
        7)       450.000000          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
       X1   260000.000000        INFINITY    258800.000000
       X2     1200.000000    258800.000000       466.666656
       X3     1100.000000      700.000000         INFINITY

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2     3200.000000        INFINITY        800.000000
        3     1200.000000      200.000000        600.000000
        4     4000.000000        INFINITY       1600.000000
        5     2100.000000        INFINITY        300.000000
        6      300.000000      300.000000        300.000000
        7      450.000000        INFINITY        450.000000
```

2. KVANTITATIVNE METODE PREDVIĐANJA

2.1. METODA POKRETNIH SREDNJIH VREDNOSTI I METODA NAJMANJIH KVADRATA

Zadatak 5. Preduzeće koje se bavi proizvodnjom mariniranih šampinjona želi da predvidi potrebe tržišta za svojim proizvodima u predstojećoj 2012. godini. Predzeće raspolaže podacima o prodaji (u tonama) za prethodnih osam godina:

Period	i	x_i
2004.	1.	64
2005.	2.	58
2006.	3.	52
2007.	4.	59
2008.	5.	62
2009.	6.	48
2010.	7.	57
2011.	8.	65

Uraditi:

a) Za vremensku seriju koja je data nivoom prodaje proizvoda preduzeća u proteklom osmogodišnjem periodu, odrediti tročlane pokretne srednje vrednosti - PSV(3) i prikazati ih grafički zajedno sa originalnom serijom.

b) Metodom najmanjih kvadrata izvršiti predviđanje potrebe tržišta za predstojeću 2012. godinu.

Rešenje:

a)

$$\bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{64 + 58 + 52}{3} = \frac{174}{3} = 58$$

$$\bar{x}_3 = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{3} = \frac{58 + 52 + 59}{3} = \frac{169}{3} = 56{,}3$$

$$\bar{x}_4 = \frac{x_3 + x_4 + x_5}{3} = \frac{52 + 59 + 62}{3} = \frac{173}{3} = 57{,}6$$

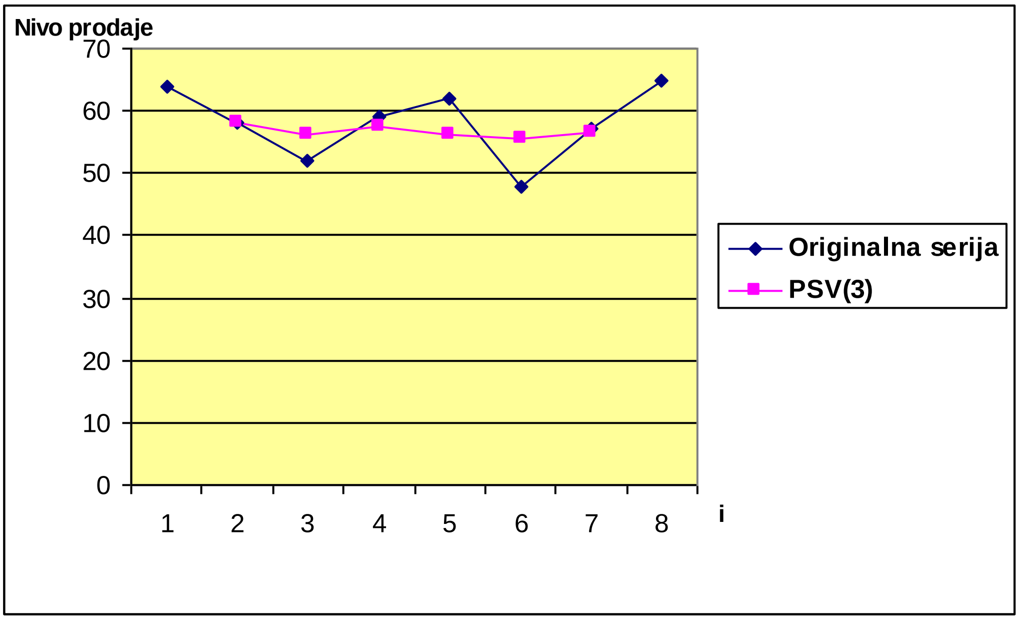
$$\bar{x}_5 = \frac{x_4 + x_5 + x_6}{3} = \frac{59 + 62 + 48}{3} = \frac{169}{3} = 56{,}3$$

$$\bar{x}_6 = \frac{x_5 + x_6 + x_7}{3} = \frac{62 + 48 + 57}{3} = \frac{167}{3} = 55{,}6$$

$$\bar{x}_7 = \frac{x_6 + x_7 + x_8}{3} = \frac{48 + 57 + 65}{3} = \frac{170}{3} = 56{,}6$$

i	x_i	PSV(3)
1.	64	
2.	58	58
3.	52	56,3
4.	59	57,6
5.	62	56,3
6.	48	55,6
7.	57	56,6
8.	65	

Grafički prikaz tročlanih pokretnih srednjih vrednosti - PSV(3) i originalne serije:



b)

$y(x_i) = a + b \cdot i$ - opšti oblik jednačine linearnog trenda (metoda najmanjih kvadrata)

$y = \bar{x}_i + b \cdot (i - \bar{i})$ - radni oblik jednačine linearnog trenda (metoda najmanjih kvadrata)

$$\bar{i} = \frac{1}{n} \sum i = 4{,}5$$ - srednja vrednost perioda

$$\overline{x_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = 58{,}12$$ - srednja vrednost

n	**i**	x_i	$i \cdot x_i$	i^2
1	1	64	64	1
2	2	58	116	4
3	3	52	156	9
4	4	56	224	16
5	5	62	310	25
6	6	48	288	36
7	7	57	399	49
8	8	65	520	64
Σ	36	462	2077	204

$$b = \frac{n \cdot \sum i \cdot x_i - \sum i \cdot \sum x_i}{n \cdot \sum i^2 - (\sum i)^2}$$

$$b = \frac{8 \cdot 2077 - 36 \cdot 462}{8 \cdot 204 - (36)^2}$$

$$b = \frac{16616 - 16632}{1632 - 1296}$$

$$b = \frac{-16}{336}$$

$$b = -\,0{,}047$$

Nakon određivanja srednje vrednosti perioda ($\bar{i}$), srednje vrednosti serije ($\overline{x_i}$) i vrednosti koeficijenta b, rezultati se unose u radni oblik jednačine linearne regresije, a u cilju pronalaženja vrednosti koeficijenta a:

$$y = 58{,}12 + (-0{,}047) \cdot (i - 4{,}5)$$

$$y = 58{,}12 - 0{,}047\, i + 0{,}2115$$

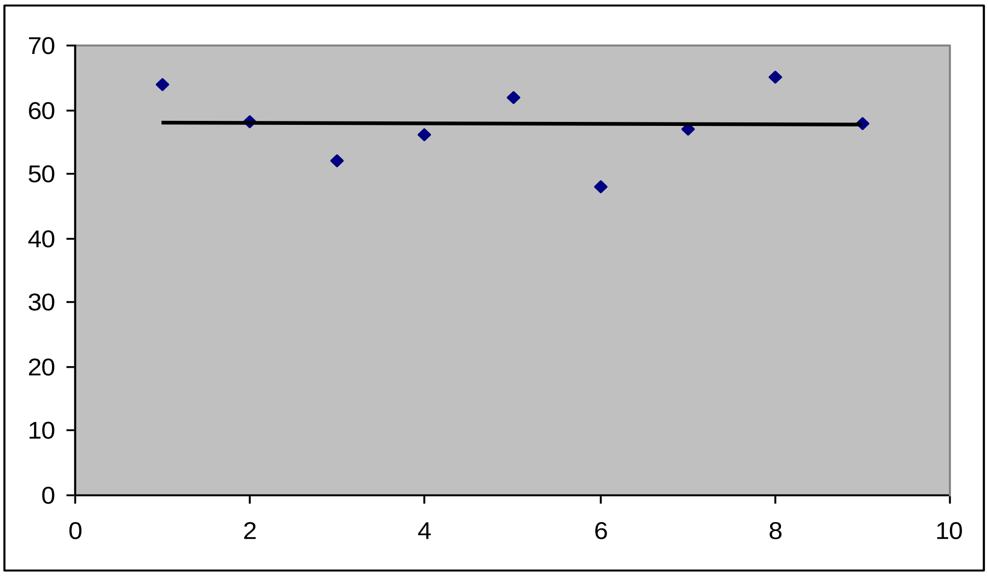
$$y = -\,0{,}047\, i + 58{,}3315 \quad \Rightarrow \quad a = 58{,}3315$$

Potrebe tržišta u predstojećoj 2012. godini:

T(9) = – 0,047 · 9 + 58,3315

T(9) = **57,9**

Grafički prikaz linije trenda



Zadatak 6. Imajući u vidu sezonski karakter svoje robe i odstupanja u potražnji, preduzeće želi da predvidi potrebe tržišta za svojim proizvodima u predstojećem tromesečju, zima 2011. Predzeće raspolaže podacima o prodaji (u tonama) za prethodnih 16 tromesečja:

Period	i	x_i
zima 2007.	1	182
proleće 2008.	2	153
leto 2008.	3	146
jesen 2008.	4	155
zima 2008.	5	167
proleće 2009.	6	140
leto 2009.	7	138
jesen 2009.	8	164
zima 2009.	9	162
proleće 2010.	10	148
leto 2010.	11	129

jesen 2010.	12	139
zima 2010.	13	165
proleće 2011.	14	148
leto 2011.	15	133
jesen 2011.	16	145

Uraditi:

c) Za vremensku seriju koja je data nivoom prodaje proizvoda preduzeća u proteklom četvorogodišnjem periodu (16 tromesečja), odrediti tročlane pokretne srednje vrednosti - PSV(3) i prikazati ih grafički zajedno sa originalnom serijom.

d) Metodom najmanjih kvadrata izvršiti predviđanje potrebe tržišta za zimu 2011. godine.

Rešenje:

a)

$$\bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{182 + 153 + 146}{3} = \frac{481}{3} = 160{,}3$$

$$\bar{x}_3 = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{3} = \frac{153 + 146 + 155}{3} = \frac{454}{3} = 151{,}3$$

$$\bar{x}_4 = \frac{x_3 + x_4 + x_5}{3} = \frac{146 + 155 + 167}{3} = \frac{468}{3} = 156$$

$$\bar{x}_5 = \frac{x_4 + x_5 + x_6}{3} = \frac{155 + 167 + 140}{3} = \frac{462}{3} = 154$$

$$\bar{x}_6 = \frac{x_5 + x_6 + x_7}{3} = \frac{167 + 140 + 138}{3} = \frac{445}{3} = 148{,}3$$

$$\bar{x}_7 = \frac{x_6 + x_7 + x_8}{3} = \frac{140 + 138 + 164}{3} = \frac{442}{3} = 147{,}3$$

$$\bar{x}_8 = \frac{x_7 + x_8 + x_9}{3} = \frac{138 + 164 + 162}{3} = \frac{464}{3} = 154{,}7$$

$$\bar{x}_9 = \frac{x_8 + x_9 + x_{10}}{3} = \frac{164 + 162 + 148}{3} = \frac{474}{3} = 158$$

$$\bar{x}_{10} = \frac{x_9 + x_{10} + x_{11}}{3} = \frac{162+148+129}{3} = \frac{439}{3} = 146,3$$

$$\bar{x}_{11} = \frac{x_{10} + x_{11} + x_{12}}{3} = \frac{148+129+139}{3} = \frac{416}{3} = 138,7$$

$$\bar{x}_{12} = \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13}}{3} = \frac{129+139+165}{3} = \frac{433}{3} = 144,3$$

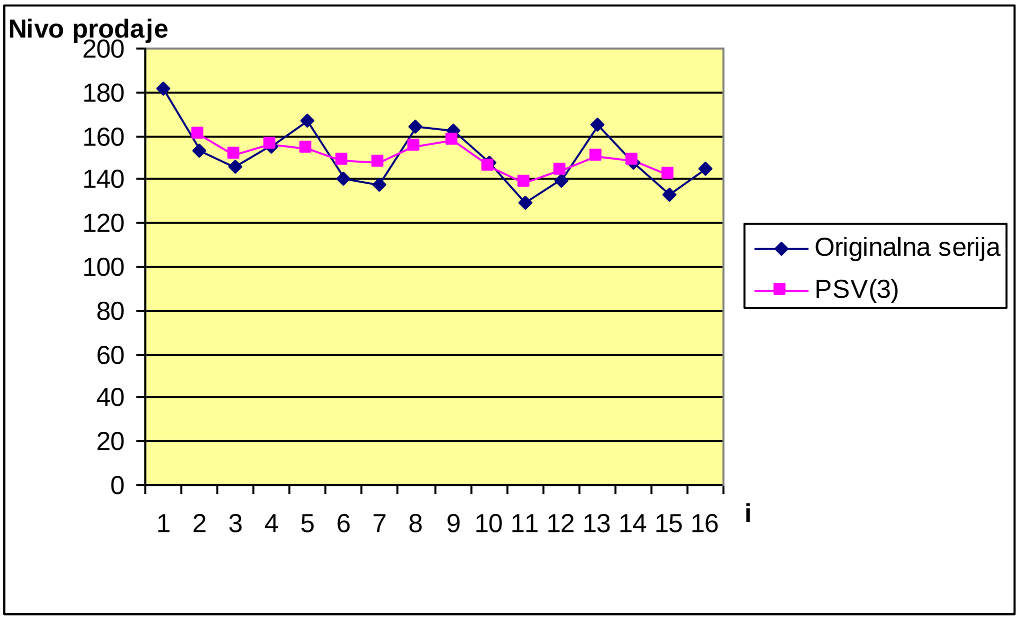
$$\bar{x}_{13} = \frac{x_{12} + x_{13} + x_{14}}{3} = \frac{139+165+148}{3} = \frac{452}{3} = 150,7$$

$$\bar{x}_{14} = \frac{x_{13} + x_{14} + x_{15}}{3} = \frac{165+148+133}{3} = \frac{446}{3} = 148,7$$

$$\bar{x}_{15} = \frac{x_{14} + x_{15} + x_{16}}{3} = \frac{148+133+145}{3} = \frac{426}{3} = 142$$

i	**x_i**	**PSV(3)**
1	182	
2	153	160,3
3	146	151,3
4	155	156
5	167	154
6	140	148,3
7	138	147,3
8	164	154,7
9	162	158
10	148	146,3
11	129	138,7
12	139	144,3
13	165	150,7
14	148	148,7
15	133	142
16	145	

Grafički prikaz tročlanih pokretnih srednjih vrednosti - PSV(3) i originalne serije:



b)

$y(x_i) = a + b \cdot i$ - opšti oblik jednačine linearnog trenda (metoda najmanjih kvadrata)

$y = \overline{x}_i + b \cdot (i - \overline{i})$ - radni oblik jednačine linearnog trenda (metoda najmanjih kvadrata)

$\overline{i} = \frac{1}{n} \sum i = 8{,}5$ - srednja vrednost perioda

$\overline{x_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = 150{,}88$ - srednja vrednost

n	**i**	x_i	$i \cdot x_i$	i^2
1	1	182	182	1
2	2	153	306	4
3	3	146	438	9
4	4	155	620	16
5	5	167	835	25
6	6	140	840	36
7	7	138	966	49
8	8	164	1312	64
9	9	162	1458	81
10	10	148	1480	100
11	11	129	1419	121

12	12	139	1668	144
13	13	165	2145	169
14	14	148	2072	196
15	15	133	1995	225
16	16	145	2320	256
Σ	136	2414	20056	1456

$$b = \frac{n \cdot \sum i \cdot x_i - \sum i \cdot \sum x_i}{n \cdot \sum i^2 - (\sum i)^2}$$

$$b = \frac{16 \cdot 20056 - 136 \cdot 2414}{16 \cdot 1496 - (136)^2}$$

$$b = \frac{320896 - 328304}{23936 - 18496}$$

$$b = \frac{-7408}{5440}$$

$$b = -1,3618$$

Nakon određivanja srednje vrednosti perioda ($\bar{i}$), srednje vrednosti serije ($\overline{x_i}$) i vrednosti koeficijenta b, rezultati se unose u radni oblik jednačine linearne regresije, a u cilju pronalaženja vrednosti koeficijenta a:

$$y = 150,88 + (-1,3618) \cdot (i - 8,5)$$

$$y = 150,88 - 1,3618\, i + 11,5753$$

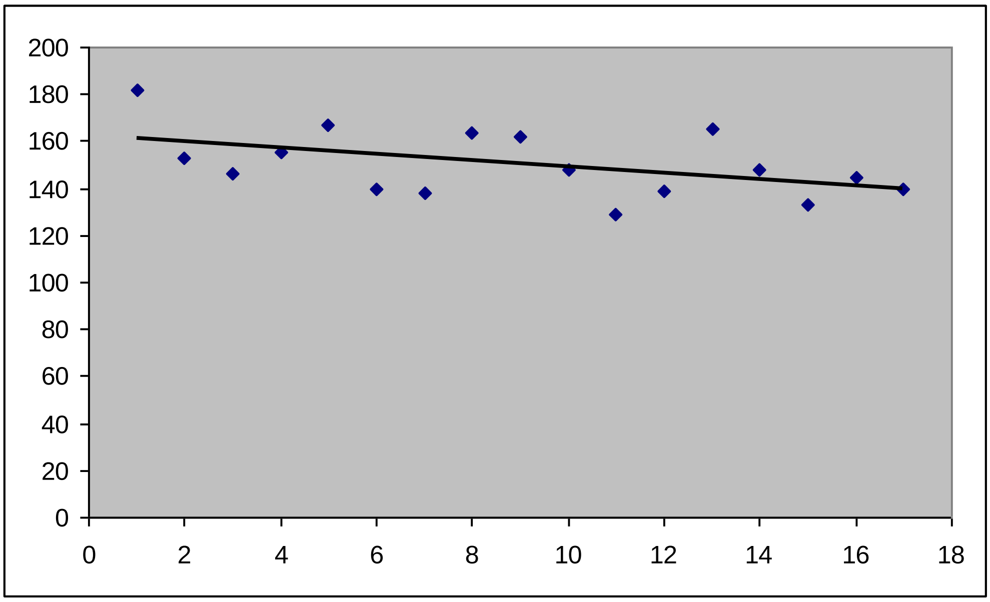
$$y = -1,3618\, i + 162,4553 \quad => \quad a = 162,4553$$

Potrebe tržišta za predstojeću zimu 2011. godine:

$$T(17) = -1,3618 \cdot 17 + 162,4553$$

T(9) = **139,3**

Grafički prikaz linije trenda



2.2. METODA PROSEKA IZ K-VREMENSKIH SERIJA

Zadatak 7. Fabrika raspolaže podacima za prethodnih 13 godina o količini utrošenih sirovina:

Period	t	Potrebe Y (t)
1999.	1	2500
2000.	2	2700
2001.	3	2600
2002.	4	2700
2003.	5	3000
2004.	6	2800
2005.	7	3200
2006.	8	3000
2007.	9	3300
2008.	10	3100
2009.	11	3500
2010.	12	3200
2011.	13	3400

Rukovodliac planiranja želi da izvršiti predviđanje količine potrebnih sirovina za predstojeću 2012. godinu. Zadatak rešiti primenom metode proseka iz k-vremenskih serija.

Rešenje:

U trenutku t = T predviđanja za period T + q se određuju na osnovu jednačine:

$$Y_{(T+q)} = 2 \cdot M_{(T)} - M_{(T)}^{(2)} + q \cdot (2 / k - 1) \cdot (M_{(T)} - M_{(T)}^{(2)})$$

gde je:

$M_{(T)}$ – petočlana pokretna sredina prvog reda,

$M_{(T)}^{(2)}$ – petočlana pokretna sredina drugog reda (prethodnog niza),

$q = 1$,

$k = 5$.

Petočlane pokretne sredine prvog reda:

$$M_{(T)} = \frac{Y_{(T-k+1)} + Y_{(T-k+2)} + Y_{(T-k+3)} + Y_{(T-k+4)} + Y_{(T-k+5)}}{k}$$

$$M_{(5)} = \frac{2500+2700+2600+2700+3000}{5} = \frac{13500}{5} = 2700$$

$$M_{(6)} = \frac{2700+2600+2700+3000+2800}{5} = \frac{13800}{5} = 2760$$

$$M_{(7)} = \frac{2600+2700+3000+2800+3200}{5} = \frac{14300}{5} = 2860$$

$$M_{(8)} = \frac{2700+3000+2800+3200+3000}{5} = \frac{14700}{5} = 2940$$

$$M_{(9)} = \frac{3000+2800+3200+3000+3300}{5} = \frac{15300}{5} = 3060$$

$$M_{(10)} = \frac{2800+3200+3000+3300+3100}{5} = \frac{15400}{5} = 3080$$

$$M_{(11)} = \frac{3200+3000+3300+3100+3500}{5} = \frac{16100}{5} = 3220$$

$$M_{(12)} = \frac{3000+3300+3100+3500+3200}{5} = \frac{16100}{5} = 3220$$

$$M_{(13)} = \frac{3300+3100+3500+3200+3400}{5} = \frac{16500}{5} = 3300$$

Petočlane pokretne sredine drugog reda:

$$M_{(9)}^{(2)} = \frac{2700+2760+2860+2940+3060}{5} = \frac{14320}{5} = 2864$$

$$M_{(10)}^{(2)} = \frac{2760+2860+2940+3060+3080}{5} = \frac{14700}{5} = 2940$$

$$M_{(11)}^{(2)} = \frac{2860+2940+3060+3080+3220}{5} = \frac{15160}{5} = 3032$$

$$M_{(12)}^{(2)} = \frac{2940+3060+3080+3220+3220}{5} = \frac{15520}{5} = 3104$$

$$M_{(13)}^{(2)} = \frac{3060+3080+3220+3220+3300}{5} = \frac{15880}{5} = 3176$$

Rezultati predviđanja:

$$Y_{(10)} = 2 \cdot 3060 - 2864 + 1 \cdot (2 / 5 - 1) \cdot (3060 - 2864)$$

$$Y_{(10)} = 3256 + \frac{1}{2} \cdot 196 = 3256 + 98$$

$$Y_{(10)} = 3354$$

$$Y_{(11)} = 2 \cdot 3080 - 2940 + \frac{1}{2} \cdot (3080 - 2940)$$

$$Y_{(11)} = 3220 + \frac{1}{2} \cdot 140 = 3220 + 70$$

$$Y_{(11)} = 3290$$

$$Y_{(12)} = 2 \cdot 3220 - 3032 + \frac{1}{2} \cdot (3220 - 3032)$$

$$Y_{(12)} = 3408 + \frac{1}{2} \cdot 188 = 3408 + 94$$

$$Y_{(12)} = 3502$$

$$Y_{(13)} = 2 \cdot 3220 - 3104 + \frac{1}{2} \cdot (3220 - 3104)$$

$$Y_{(13)} = 3336 + \frac{1}{2} \cdot 116 = 3336 + 58$$

$$Y_{(13)} = 3394$$

$$Y_{(14)} = 2 \cdot 3300 - 3176 + \frac{1}{2} \cdot (3300 - 3176)$$

$$Y_{(14)} = 3424 + \frac{1}{2} \cdot 124 = 3424 + 62$$

$$Y_{(14)} = \mathbf{3486}$$

Tabelarni prikaz rezultata predviđanja:

Period	**t**	**Potrebe Y (t)**	$M_{(T)}$	$M_{(T)}^{(2)}$	**Predviđanja Y**
1999.	1	2500			
2000.	2	2700			
2001.	3	2600			
2002.	4	2700			
2003.	5	3000	2700		
2004.	6	2800	2760		
2005.	7	3200	2860		
2006.	8	3000	2940		
2007.	9	3300	3060	2864	
2008.	10	3100	3080	2940	3354
2009.	11	3500	3220	3032	3290
2010.	12	3200	3220	3104	3502
2011.	13	3400	3300	3176	3394
2012.	14				**3486**

Predviđena potrebna količina sirovina neophodnih u 2012. godini iznosi 3486 t.

2.3. METODA EKSPONENCIJALNOG PRILAGOĐAVANJA

Zadatak 8. Kotlarnica jednog preduzeća raspolaže podacima o godišnjoj potrošnji uglja (u tonama) za prethodnih osam godina:

Period	Ostvarena količina
1	180
2	168
3	159
4	175
5	190
6	205
7	180
8	182

Ako je predviđanje za prvi period (godinu) iznosilo 175 t, odrediti predviđanje potrebne količine uglja za deveti period (predstojeću godinu) uz uslov da je $\alpha = 0{,}1$. Za predviđanje koristiti metodu eksponencijalnog prilagođavanja.

Rešenje:

Predviđanje se vrši za bilo koji vremenski period korišćenjem težinskog proseka svih prethodnih perioda, a prema obrascu:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha \cdot (A_{t-1} - F_{t-1})$$

gde je:

F_t – prilagođena predviđena veličina za period t,

F_{t-1} – prethodno predviđena veličina za period $(t-1)$,

A_{t-1} – stvarna potreba u periodu $(t-1)$,

α – konstanta prilagođavanja (od 0 do 1). Veće vrednosti utiču na manji efekat prilagođavanja, odnosno veći uticaj stvarnih potreba.

$F_1 = 175{,}00$

$F_2 = 175{,}00 + 0{,}1 \cdot (180 - 175{,}00) = 175{,}50$

$F_3 = 175{,}50 + 0{,}1 \cdot (168 - 175{,}50) = 174{,}75$

$F_4 = 174{,}75 + 0{,}1 \cdot (159 - 174{,}75) = 173{,}18$

$F_5 = 173{,}18 + 0{,}1 \cdot (175 - 173{,}18) = 173{,}36$

$F_6 = 173{,}36 + 0{,}1 \cdot (190 - 173{,}36) = 175{,}02$

$F_7 = 175{,}02 + 0{,}1 \cdot (205 - 175{,}02) = 178{,}02$

$F_8 = 178{,}02 + 0{,}1 \cdot (180 - 178{,}02) = 178{,}22$

$F_9 = 178{,}22 + 0{,}1 \cdot (182 - 178{,}22) = 178{,}58$

Period	Ostvarena količina	Predviđena količina
1	180	175,00
2	168	175,50
3	159	174,75
4	175	173,18
5	190	173,36
6	205	175,02
7	180	178,02
8	182	178,22
9		**178,58**

Predviđena potrebna količina uglja za predstojeću godinu iznosi 178,58 t.

Zadatak 9. Preduzeće „Evropa“ prihvata načela savremenog menadžmenta i svoju proizvodnju želi da prilagodi potrebama tržišta. Preduzeća raspolaže podacima o realizovanoj prodaji u proteklih 10 godina (u tonama):

Period [god]	Ostvarena količina [t]
1	78
2	63
3	52
4	70
5	83

6	95
7	77
8	71
9	75
10	81

Predviđanje nivoa prodaje za prvu godinu iznosilo je 73 t. Odrediti predviđanje potreba tržišta za predstojeću (jedanaestu) godinu za $\alpha = 0,1$, i za $\alpha = 0,9$. Za predviđanje koristiti metodu eksponencijalnog prilagođavanja.

Rešenje:

$F_t = F_{t-1} + \alpha \cdot (A_{t-1} - F_{t-1})$

Predviđanje za $\alpha = 0,1$:

$F_1 = 73,00$

$F_2 = 73,00 + 0,1 \cdot (78 - 73,00) = 73,50$

$F_3 = 73,50 + 0,1 \cdot (63 - 73,50) = 72,45$

$F_4 = 72,45 + 0,1 \cdot (52 - 72,45) = 70,41$

$F_5 = 70,41 + 0,1 \cdot (70 - 70,41) = 70,37$

$F_6 = 70,37 + 0,1 \cdot (83 - 70,37) = 71,63$

$F_7 = 71,63 + 0,1 \cdot (95 - 71,63) = 73,97$

$F_8 = 73,97 + 0,1 \cdot (77 - 73,97) = 74,27$

$F_9 = 74,27 + 0,1 \cdot (71 - 74,27) = 73,94$

$F_{10} = 73,94 + 0,1 \cdot (75 - 73,94) = 74,05$

$F_{11} = 74,05 + 0,1 \cdot (81 - 74,05) = 74,74$

Predviđanje za $\alpha = 0,9$:

$F_1 = 73,00$

$F_2 = 73,00 + 0,9 \cdot (78 – 73,00) = 77,50$

$F_3 = 77,50 + 0,9 \cdot (63 – 77,50) = 64,45$

$F_4 = 64,45 + 0,9 \cdot (52 – 64,45) = 53,25$

$F_5 = 53,25 + 0,9 \cdot (70 – 53,25) = 68,32$

$F_6 = 68,32 + 0,9 \cdot (83 – 68,32) = 81,53$

$F_7 = 81,53 + 0,9 \cdot (95 – 81,53) = 93,65$

$F_8 = 93,65 + 0,9 \cdot (77 – 93,65) = 78,66$

$F_9 = 78,66 + 0,9 \cdot (71 – 78,66) = 71,77$

$F_{10} = 71,77 + 0,9 \cdot (75 – 71,77) = 74,68$

$F_{11} = 74,68 + 0,9 \cdot (81 – 74,68) = 80,37$

Period	**Ostvarena količina**	**Predviđena količina α = 0,1**	**Predviđena količina α = 0,9**
1	78	73,00	73,00
2	63	73,50	77,50
3	52	72,45	64,45
4	70	70,41	53,25
5	83	70,37	68,32
6	95	71,63	81,53
7	77	73,97	93,65
8	71	74,27	78,66
9	75	73,94	71,77
10	81	74,05	74,68
11		**74,74**	**80,37**

3. KAPACITET PROCESA RADA

Zadatak 10. Proizvodni sistem izrađuje jedan proizvod koji se sastoji iz 3 podskolopa (P1, P2 i P3) koji se izrađuju na tri različite mašine (M1, M2 i M3). Podsklop P1 se na mašini M1 izradi za 6 minuta, podsklop P2 se izradi na mašini M2 za 3 minuta, dok se podsklop P3 izradi na mašini M3 za 12 minuta. Vreme potrebno za održavanje mašina u radnom stanju iznosi na godišnjem nivou za mašninu M1, 24 dana, za mašinu M2, 12 dana i za mašinu M3, 40 dana. Izračunati koliko je gotovih proizvoda moguće proizvesti u ovom proizvodnom sistemu u vremenskom periodu od jedne godine.

Rešenje:

Najpre računamo potencijalni kapacitet svih mašina proizvodnog sistema

Potencijalni kapaciteti svih mašina su jednaki i računaju se na sledeći način:

$Kpi = m \cdot s \cdot n$

gde je:

$m = 365$ – broj dana u godini,
$s = 3$ – broj smena u toku dana,
$n = 8$ – broj sati u toku jedne smene.

$Kpi = 365 \cdot 3 \cdot 8 = 8760$ [čas/god]

Raspoloživi kapaciteti mašina:

$Kri = Kpi - Tuo$

M1; $Kri,m_1 = 8760 - 24 \cdot 24 = 8760 - 576 = 8184$ [čas/god]
M2; $Kri,m_2 = 8760 - 12 \cdot 24 = 8760 - 288 = 8472$ [čas/god]
M3; $Kri,m_3 = 8760 - 40 \cdot 24 = 8760 - 960 = 7800$ [čas/god]

U vremenskom periodu od 1 godine, može se izraditi sledeća količina podsklopova:

P1; 8184 : 0,1 = 81840 kom.
P2; 8472 : 0,05 = 169440 kom.
P3; 7800 : 0,2 = 39000 kom.

Broj najmanje proizvedenih podsklopova određuje broj proizvedenih gotovih proizvoda na godišnjem nivou, te je stoga u proizvodnom sistemu datih karakteristika u vremenskom intervalu od godinu dana moguće proizvesti **39000** gotovih proizvoda.

Zadatak 11. Mala radionica koja poseduje jednu mašinu za proizvodnju kugličnih ležajeva radi u dve radne smene, u toku jedne smene se koristi pauza za odmor radnika od 0,5h, nedelje su neradne, dok je svaka druga subota radna. Takođe, radionica ne radi u vreme državnih praznika kojih ima 9. Ako je na godišnjem nivou potrebno na 22 dana zaustaviti mašinu kako bi se održala njena radna sposobnost i ako je za proizvodnju jednog kugličnog ležaja potrebno 30 sekundi uz stepen iskorišćenja 0,78, odrediti proizvodnu moć ove radionice (izračunati broj proizvedenih kugličnih ležajeva za godinu dana).

Rešenje:

Efektivni kapacitet:

$Kei = m_e \cdot s_e \cdot n_e \cdot \eta_e$

gde je:

m_e – broj radnih dana,
s_e – broj radnih smena,
n_e – broj časova u okviru jedne radne smene
η_e – stepen iskorišćenja

Broj radnih dana u godini:

$m_e = 365 – (52 + 26 + 9 + 22)$
$m_e = 365 – 109$
$m_e = 256$ dana

$Kei = m_e \cdot s_e \cdot n_e \cdot \eta_e$
$Kei = 256 \cdot 2 \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}78$
$Kei = 2995, 2$ [čas/god]

Vreme potrebno za izradu jednog kugličnog ležaja je 30s = 0,5 min = 0,00833 čas.

Broj kugličnih ležajeva godišnje:

2995,2 : 0,00833 = **359568 kom.**

4. OPTEREĆENJE RADNIH MESTA RADNIM NALOZIMA

Određivanje opterećenja kapaciteta je vrsta terminiranja koja se koristi za utvrđivanje opterećenja radnih mesta u vremenu. U postupku se koriste ukupni sati ili broj radnih naloga da bi se utvrdilo koje porudžbine mogu biti isporučene i koji su kapaciteti preopterećeni. Ne postavlja se detaljan terminski plan operacija.

Da bi se utvrdio tok izvođenja postupaka rada, koristi se prosečno vreme čekanja operacija radnih naloga. Ovo je u suprotnosti sa detaljnim terminiranjem gde se u obzir uzimaju poremećaji kod izvršavanja operacija i gde se precizno izračunava vreme provedeno u svakom redu čekanja.

Opterećivanje kapaciteta radnih mesta se može izvoditi na dva načina:

1. Opterećenje kapaciteta radnih mesta radnim nalozima ***metodom unapred.***

2. Opterećenje kapaciteta radnih mesta radnim nalozima ***metodom unazad.***

4.1. OPTEREĆENJE KAPACITETA RADNIH MESTA RADNIM NALOZIMA METODOM UNAPRED

Zadatak 12. U jednom proizvodnom pogonu na tri radna mesta sa po jednim tehnološkim sistemom (RM1, RM2, RM3) se izrađuje pet radnih naloga (R1, R2, R3, R4, R5), koje treba vremenski raspodeliti na data radna mesta. Vremena potrebna za izradu svakog radnog naloga na svakom radnom mestu su data u narednoj tabeli:

Radni nalog	Radno mesto / vreme trajanja operacija [h]	Rok završetka [dan]
R1	RM1 / 2, RM2 / 3, RM3 / 4	4
R2	RM3 / 6, RM1 / 4	3
R3	RM2 / 3, RM3 / 2, RM1 / 1	4
R4	RM3 / 4, RM2 / 3, RM1 / 3	4
R5	RM1 / 5, RM2 / 3	2

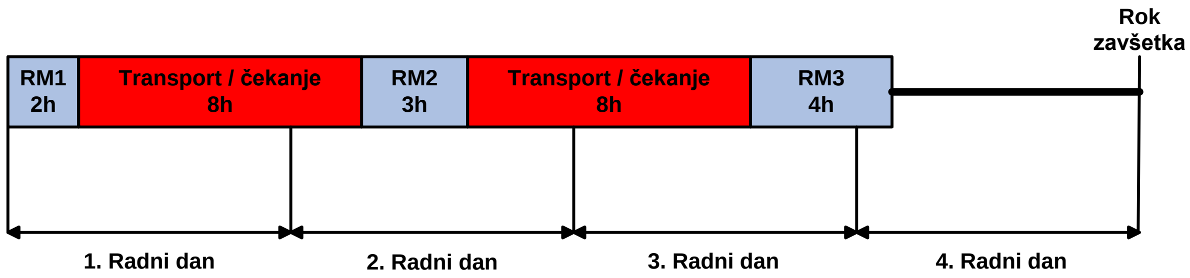
Pretpostavka je da su raspoloživa vremena rada tehnoloških sistema jedina ograničavajuća veličina. Veći deo vremena radni nalozi provode u transportu i čekanju na izvršenje operacija obrade. Prosečno vreme transporta i čekanja je 8 h po svakom radnom mestu. Vreme trajanja efektivnog radnog dana je 8 h. Vremenski raspored opterećenja kapaciteta radnih mesta radnim nalozima odrediti metodom unapred i izvršiti heurističko uravnoteženje opterećenja kapaciteta radnih mesta.

Rešenje:

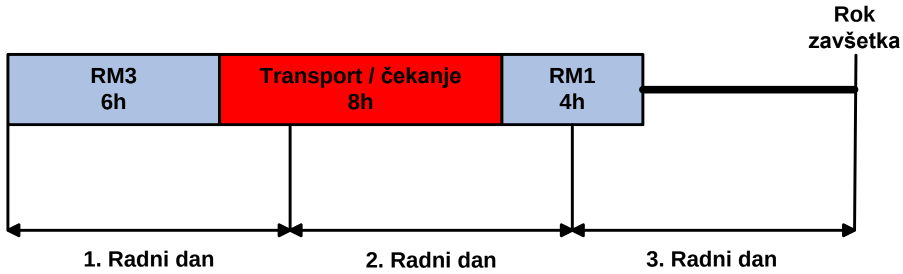
Korak 1.

Konstrukcija vremenske slike stanja za svaki radni nalog (R1, R2, R3, R4 i R5).

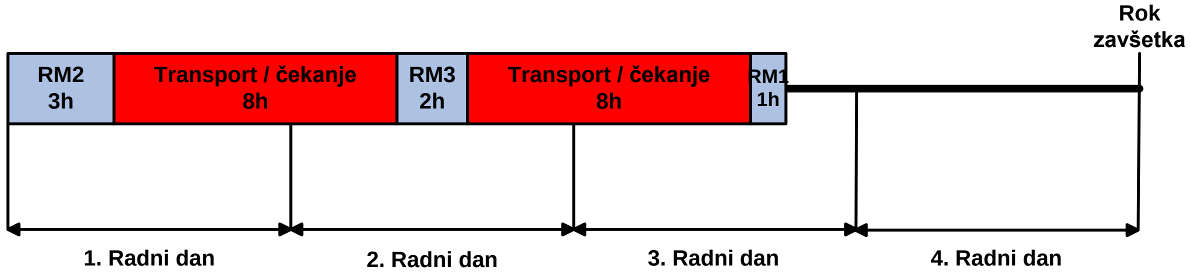
Vremenska slika stanja radnog naloga R1:



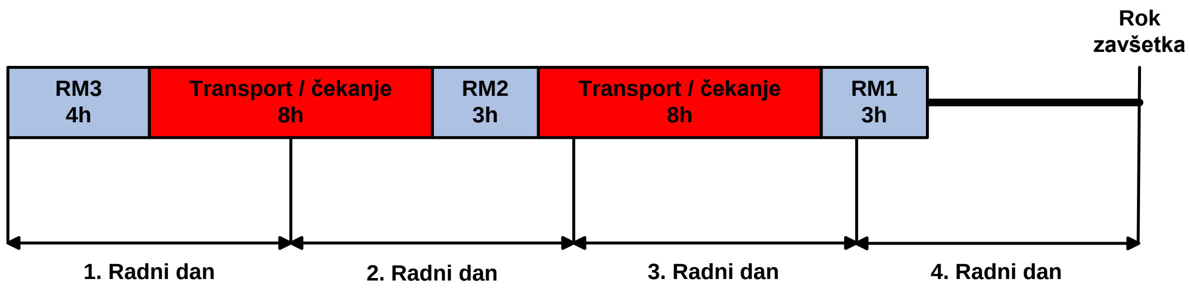
Vremenska slika stanja radnog naloga R2:



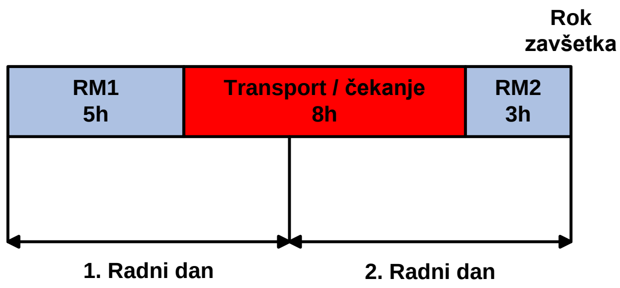
Vremenska slika stanja radnog naloga R3:



Vremenska slika stanja radnog naloga R4:



Vremenska slika stanja radnog naloga R5:



Korak 2.

Izrada dijagrama opterećenja radnih mesta (RM1, RM2 i RM3) na osnovu proračunatih vremenskih slika stanja.

Radni nalog R1:

Unosimo R1 na radno mesto RM1 u vremenu od 2h u 1. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 2. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM3 u vremenu od 3h u 3. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM3 u vremenu od 1h u 4. radnom danu.

Radni nalog R2:

Unosimo R2 na radno mesto RM3 u vremenu od 6h u 1. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM1 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM1 u vremenu od 2h u 3. radnom danu.

Radni nalog R3:

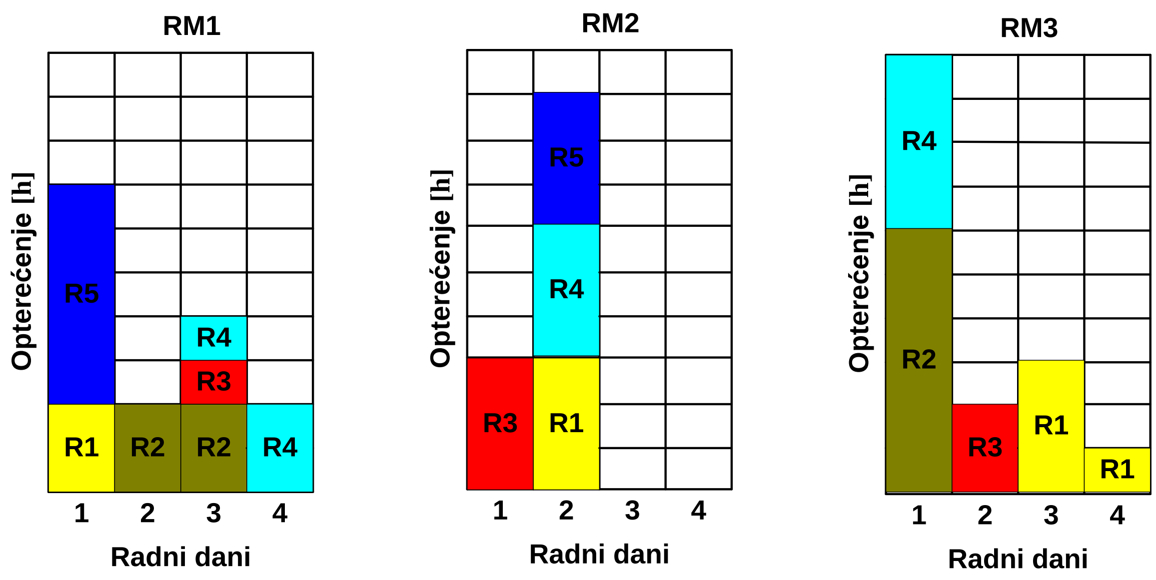
Unosimo R3 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 1. radnom danu.
Unosimo R3 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R3 na radno mesto RM1 u vremenu od 1h u 3. radnom danu.

Radni nalog R4:

Unosimo R4 na radno mesto RM3 u vremenu od 4h u 1. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 2. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM1 u vremenu od 1h u 3. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM1 u vremenu od 2h u 4. radnom danu.

Radni nalog R5:

Unosimo R5 na radno mesto RM1 u vremenu od 5h u 1. radnom danu.
Unosimo R5 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 2. radnom danu.



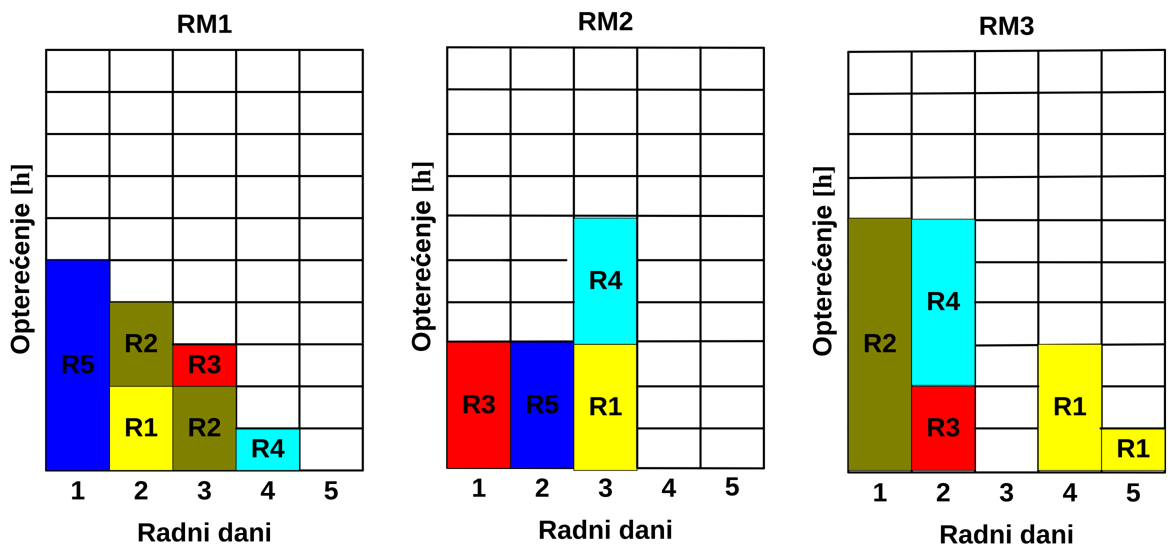
Uravnoteženje nivoa opterećenja kapaciteta radnih mesta:

Dijagram opterećenja kapaciteta upotrebom metode unapred pokazuje prilično neujednačeno oterećenje radnih mesta. Dobijeni rokovi završetaka izrade proizvoda pokazuju da se radni nalozi mogu završiti pre zahtevanog roka (sa izuzetkom R5), što daje mogućnost uravnoteženja nivoa opterećenja kapaciteta pomeranjem unapred početaka ulaza određenih radnih naloga. Ne postoji egzaktna metoda za pomeranje ulaza određenim radnim nalozima, već se razmatrani problem rešava heurističkom analizom radnih mesta i ranih naloga.

Primenom heurističkog uravnoženja, pomerićemo početke ulaza radnih naloga R1 i R4 unapred za jedan dan, odnosno postavićemo njihove početke na 2. radni dan.

Uz pretpostavku da će tržište tolerisati kašnjenje ovih radnih naloga za jedan dan, opterećenja kapaciteta radnih mesta radnim naložima će biti uravnotežena.

Dijagrami opterećenja radnih mesta (RM1, RM2 i RM3) nakon heurističkog uravnoteženja:



Zadatak 13. U proizvodnom pogonu preduzeća „Polet” se na četiri radna mesta koja imaju identične tehnološke sisteme (RM1, RM2, RM3 i RM4) izrađuju tri proizvoda (radna naloga) (R1, R2 i R3), koje treba vremenski raspodeliti na data radna mesta. Vremena potrebna za izradu svakog radnog naloga na svakom radnom mestu su data u narednoj tabeli:

Radni nalog	Radno mesto / vreme trajanja operacija [h]	Rok završetka [dan]
R1	RM1 / 4, RM2 / 2, RM3 / 3, RM4 / 2	3
R2	RM2 / 6, RM3 / 2, RM4 / 3	3
R3	RM4 / 5, RM3 / 7	2

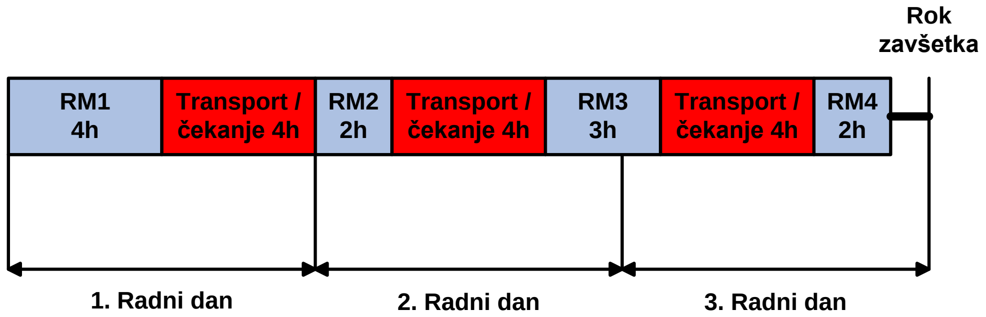
Merenjem u sistemu je određeno da je prosečno vreme transporta i čekanja 4 h po svakom radnom mestu. Vreme trajanja efektivnog radnog dana je 8 h. Vremenski raspored opterećenja kapaciteta radnih mesta radnim nalozima odrediti metodom unapred.

Rešenje:

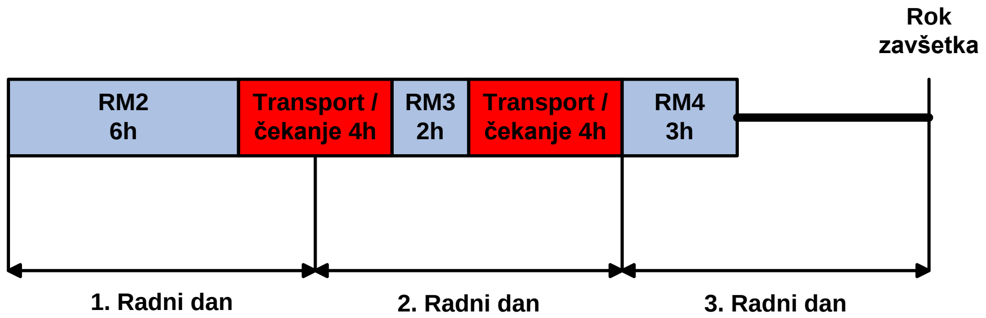
Korak 1.

Konstrukcija vremenske slike stanja za svaki radni nalog (R1, R2 i R3).

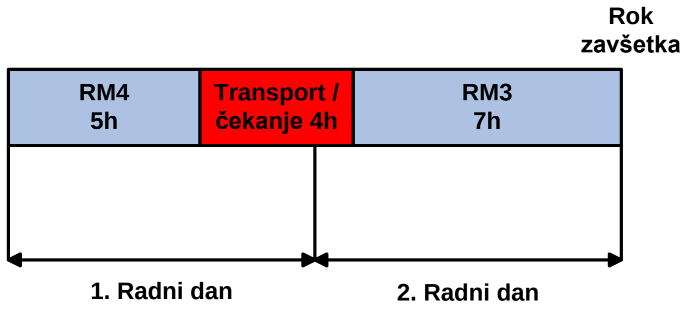
Vremenska slika stanja radnog naloga R1:



Vremenska slika stanja radnog naloga R2:



Vremenska slika stanja radnog naloga R3:



Korak 2.

Izrada dijagrama opterećenja radnih mesta (RM1, RM2 i RM3) na osnovu proračunatih vremenskih slika stanja.

Radni nalog R1:

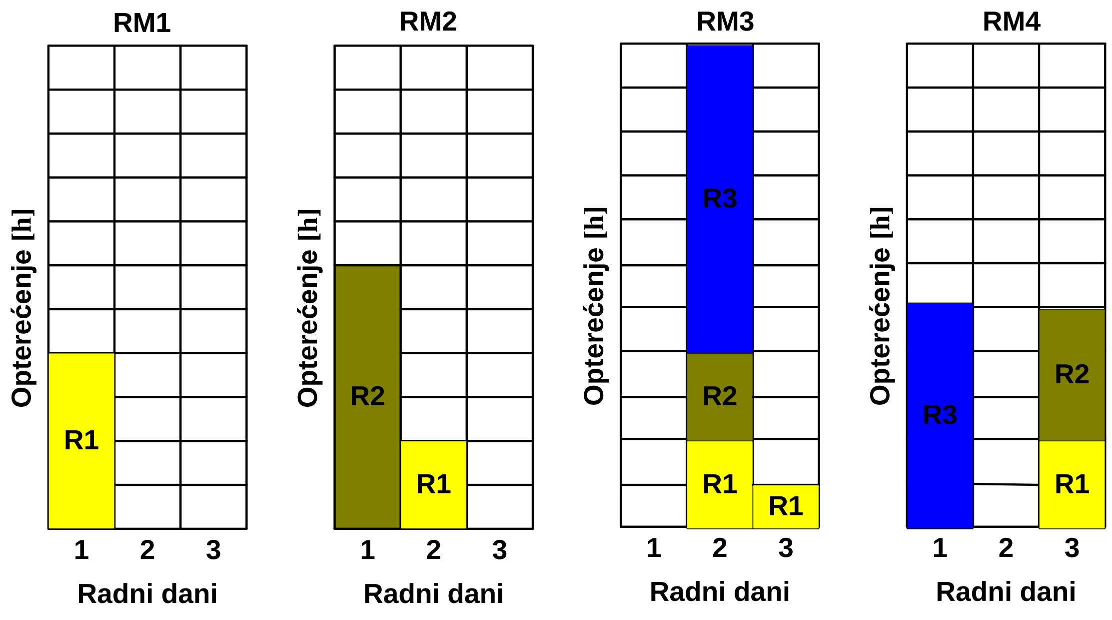
Unosimo R1 na radno mesto RM1 u vremenu od 4h u 1. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM2 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM3 u vremenu od 1h u 3. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM4 u vremenu od 2h u 3. radnom danu.

Radni nalog R2:

Unosimo R2 na radno mesto RM2 u vremenu od 6h u 1. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM4 u vremenu od 3h u 3. radnom danu.

Radni nalog R3:

Unosimo R3 na radno mesto RM4 u vremenu od 5h u 1. radnom danu.
Unosimo R3 na radno mesto RM3 u vremenu od 7h u 2. radnom danu.



4.2. OPTEREĆENJE KAPACITETA RADNIH MESTA RADNIM NALOZIMA METODOM UNAZAD

Zadatak 14. U jednom proizvodnom pogonu na tri radna mesta sa po jednim tehnološkim sistemom (RM1, RM2, RM3) se izrađuje pet radnih naloga (R1, R2, R3, R4, R5), koje treba vremenski raspodeliti na data radna mesta. Vremena potrebna za izradu svakog radnog naloga na svakom radnom mestu su data u narednoj tabeli:

Radni nalog	Radno mesto / vreme trajanja operacija [h]	Rok završetka [dan]
R1	RM1 / 2, RM2 / 3, RM3 / 4	4
R2	RM3 / 6, RM1 / 4	3
R3	RM2 / 3, RM3 / 2, RM1 / 1	4
R4	RM3 / 4, RM2 / 3, RM1 / 3	4
R5	RM1 / 5, RM2 / 3	2

Pretpostavka je da su raspoloživa vremena rada tehnoloških sistema jedina ograničavajuća veličina. Veći deo vremena radni nalozi provode u transportu i čekanju na izvršenje operacija obrade. Prosečno vreme transporta i čekanja je 8 h po svakom radnom mestu. Vreme trajanja efektivnog radnog dana je 8 h. Vremenski raspored opterećenja kapaciteta radnih mesta radnim nalozima odrediti metodom unazad.

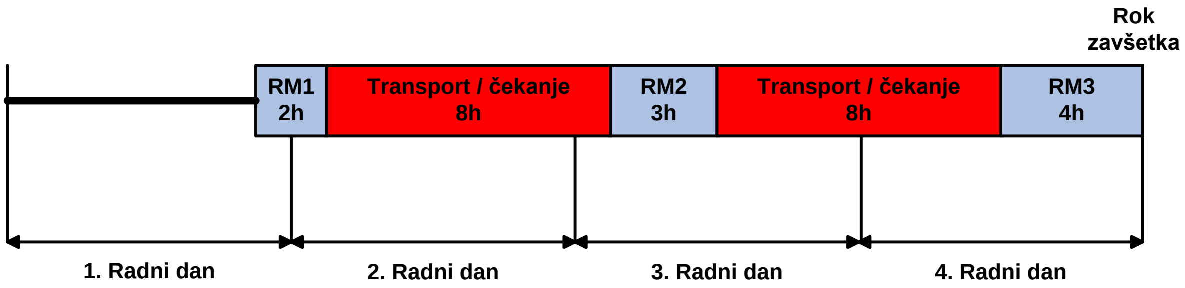
Rešenje:

Opterećenje kapaciteta radnih mesta metodom unazad počinje od postavljenih rokova završetaka, a opterećenje se vrši unazad u vremenu.

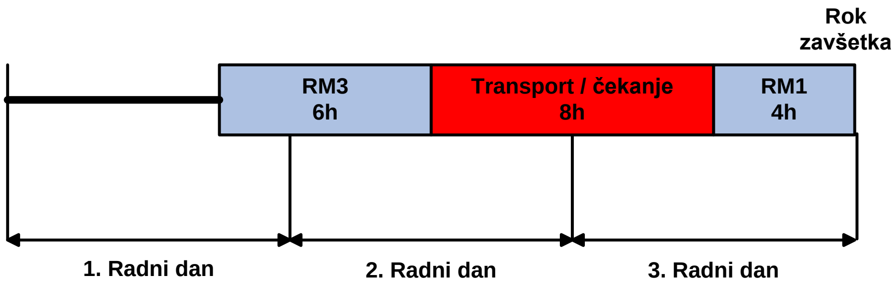
Korak 1.

Konstrukcija vremenske slike stanja za svaki radni nalog (R1, R2, R3, R4 i R5).

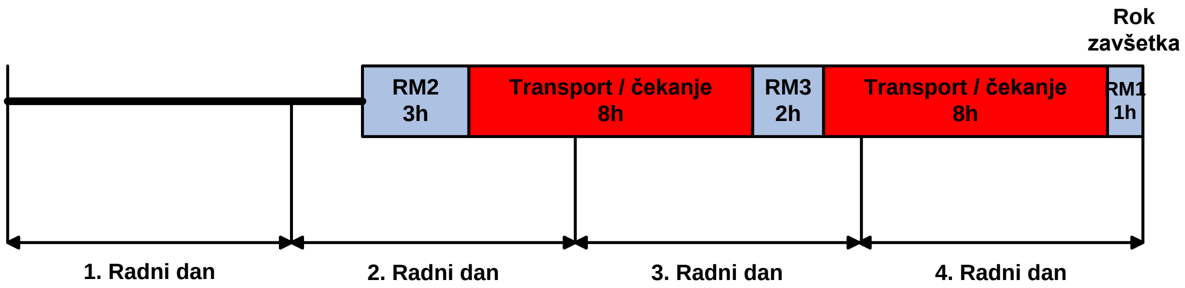
Vremenska slika stanja radnog naloga R1:



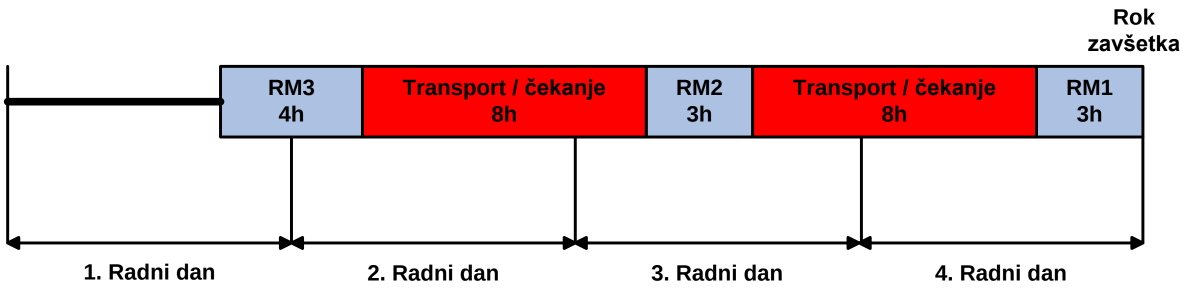
Vremenska slika stanja radnog naloga R2:



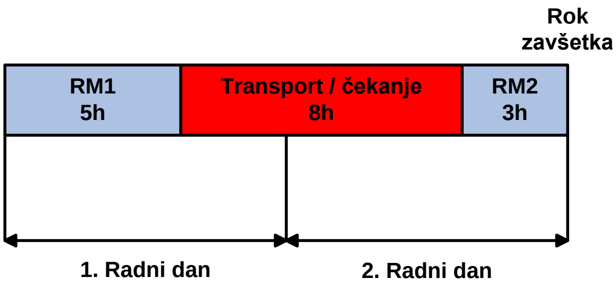
Vremenska slika stanja radnog naloga R3:



Vremenska slika stanja radnog naloga R4:



Vremenska slika stanja radnog naloga R5:



Korak 2.

Izrada dijagrama opterećenja radnih mesta (RM1, RM2 i RM3) na osnovu proračunatih vremenskih slika stanja.

Radni nalog R1:

Unosimo R1 na radno mesto RM3 u vremenu od 4h u 4. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 3. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM1 u vremenu od 1h u 2. radnom danu.
Unosimo R1 na radno mesto RM1 u vremenu od 1h u 1. radnom danu.

Radni nalog R2:

Unosimo R2 na radno mesto RM1 u vremenu od 4h u 3. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM3 u vremenu od 4h u 2. radnom danu.
Unosimo R2 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 1. radnom danu.

Radni nalog R3:

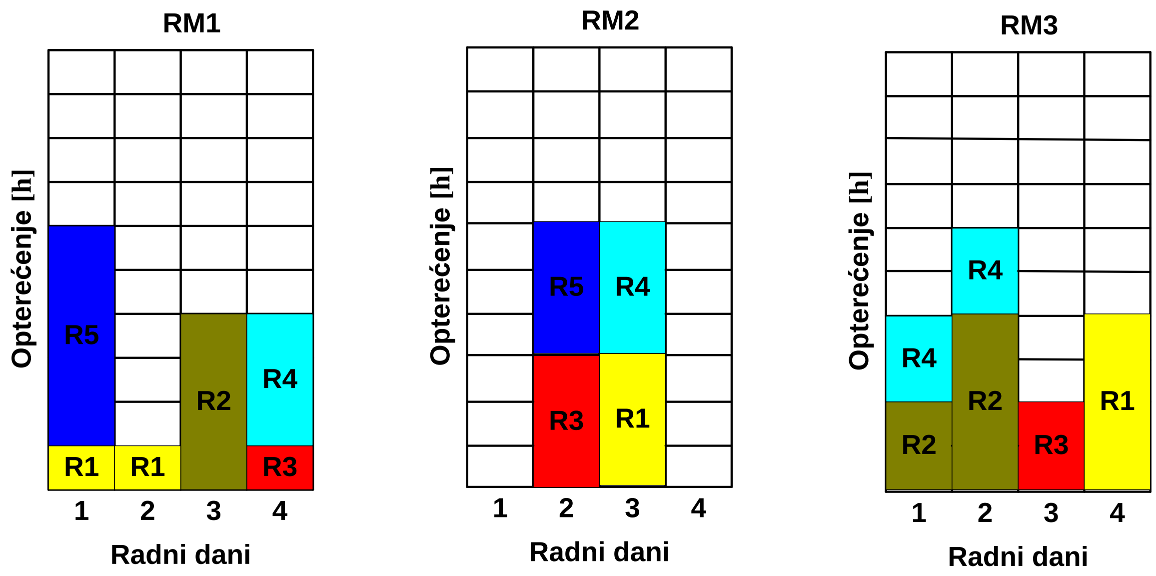
Unosimo R3 na radno mesto RM1 u vremenu od 1h u 4. radnom danu.
Unosimo R3 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 3. radnom danu.
Unosimo R3 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 2. radnom danu.

Radni nalog R4:

Unosimo R4 na radno mesto RM1 u vremenu od 3h u 4. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 3. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 2. radnom danu.
Unosimo R4 na radno mesto RM3 u vremenu od 2h u 1. radnom danu.

Radni nalog R5:

Unosimo R5 na radno mesto RM2 u vremenu od 3h u 2. radnom danu.
Unosimo R5 na radno mesto RM1 u vremenu od 5h u 1. radnom danu.



5. ANALIZA IZLAZNIH VELIČINA

5.1. PRODUKTIVNOST RADA

Zadatak 15. Pivara proizvodi 4 vrste piva. Kretanje obima proizvodnje, kao i normirano i utrošeno radno vreme, prikazani su u sledećoj tabeli:

Vrsta proizvoda	Obim proizvodnje (kom. boca)	Normirano vreme po jedinici proizvoda	Efektivno utrošeno vreme po jedinici proizvoda
Svetlo pivo	20.000	2	2,5
Tamno pivo	8.000	3	2,5
Premijum pivo	4.000	3,5	3
Bez alkoholno pivo	4.000	5	5

Izračunati produktivnost primenom radne metode merenja produktivnosti rada:

a) Na novou fabrike.
b) Po vrstama proizvoda.

Rešenje:

a) Produktivnost na nivou fabrike:

$$P = \frac{\sum_{j=1}^{n}(Q_j \bullet E_{čj})}{\sum_{j=1}^{n}(Q_j \bullet N_{čj})}$$

$$P = \frac{(20000 \bullet 2{,}5) + (8000 \bullet 2{,}5) + (4000 \bullet 3) + (4000 \bullet 5)}{(20000 \bullet 2) + (8000 \bullet 3) + (4000 \bullet 3{,}5) + (4000 \bullet 5)}$$

$$P = \frac{50000 + 20000 + 12000 + 20000}{40000 + 24000 + 14000 + 20000}$$

$$P = \frac{102000}{98000}$$

$$P = 1{,}04$$

Na nivou fabrike, efektivno utrošeno vreme je veće od planiranog za 4000h. Predviđene norme beleže podbačaj od 4%.

b) Produktivnost po vrstama proizvoda:

Svetlo pivo:

$$P_1 = \frac{Q_1 \bullet E_č}{Q_1 \bullet N_č}$$

$$P_1 = \frac{20000 \bullet 2{,}5}{20000 \bullet 2}$$

$$P_1 = \frac{50000}{40000}$$

$$P_1 = 1{,}25$$

Tamno pivo:

$$P_2 = \frac{Q_2 \bullet E_č}{Q_2 \bullet N_č}$$

$$P_2 = \frac{8000 \bullet 2{,}5}{8000 \bullet 3}$$

$$P_2 = \frac{20000}{24000}$$

$$P_2 = 0{,}83$$

Premijum pivo:

$$P_3 = \frac{Q_3 \bullet E_č}{Q_3 \bullet N_č}$$

$$P_3 = \frac{4000 \bullet 3}{4000 \bullet 3{,}5}$$

$$P_3 = \frac{12000}{14000}$$

$P_3 = 0,86$

Bez alkoholno pivo:

$$P_4 = \frac{Q_4 \bullet E_č}{Q_4 \bullet N_č}$$

$$P_4 = \frac{4000 \bullet 5}{4000 \bullet 5}$$

$$P_4 = \frac{20000}{20000}$$

$P_4 = 1,00$

Prebačaaj norme je postignt kod proizvodnje tamnog piva za 17% i premijum piva za 14%, dok je podbačaj norme zabeležen kod proizvodnje svetlog piva za 25%. Ostvarena proizvodnja bez alkoholnog piva je u okviru plana.

5.2. EKONOMIČNOST PROCESA RADA

Zadatak 16. Pekara je u toku jedne godine ostvarila proizvodnju od 240.000 vekni hleba. Za proizvodnju ove količine hleba je utrošeno 110.000 kg brašna, 5.840 časova rada mašina i 17.520 časova rada radnika. Izračunata iznos parcijalne ekonomičnosti procesa rada pekare.

Rešenje:

Materijal:

$$E_m = \frac{Q}{U_m}$$

$$E_m = \frac{240000}{110000}$$

$$E_m = 2,18$$

Sredstva rada:

$$E_{sr} = \frac{Q}{U_{sr}}$$

$$E_{sr} = \frac{240000}{5840}$$

$$E_{sr} = 41,09$$

Radna snaga:

$$E_{rs} = \frac{Q}{U_{rs}}$$

$$E_{rs} = \frac{240000}{17520}$$

$$E_{rs} = 13,69$$

Zadatak 17. Strugara je u jednoj godini ostvarila proizvodnju od 62.000 tona tehničke građe. Da bi se proizvela jedna tona tehničke građe, potrebno je obraditi 3,2 tone drveta i pritom utrošiti 2 časa rada mašine i 2,8 časova rada radnika. Na osnovu datih podataka odrediti iznos parcijalne ekonomičnosti strugare.

Rešenje:

Najpre se određuju utrošci materijala, sredstava rada i radne snage:

$U_m = 62.000 \bullet 3{,}2 = 198.400$

$U_{sr} = 62.000 \bullet 2 = 124.000$

$U_{rs} = 62.000 \bullet 3{,}2 = 173.600$

Materijal:

$$E_m = \frac{Q}{U_m}$$

$$E_m = \frac{62000}{198400}$$

$E_m = 0{,}31$

Sredstva rada:

$$E_{sr} = \frac{Q}{U_{sr}}$$

$$E_{sr} = \frac{62000}{124000}$$

$E_{sr} = 0{,}50$

Radna snaga:

$$E_{rs} = \frac{Q}{U_{rs}}$$

$$E_{rs} = \frac{62000}{173600}$$

$E_{rs} = 0{,}35$

Zadatak 18. U jednoj fabrici je ostvarena proizvodnja u iznosu od 8.800.000 nj. Ukupni troškovi proizvodnje ove fabrike su iznosili 6.820.000 nj. U strukturi ukupnih troškova, troškovi materijala učestvuju sa 60%, troškovi sredstava za rad sa 15% i troškovi radne snage sa 25%. Izračunati:

a) Ukupnu ekonomičnost.
b) Parcijalnu ekonomičnost.

Rešenje:

a) Ukupna ekonomičnost:

$$E_u = \frac{VP}{UT}$$

$$E_u = \frac{8800000}{6820000}$$

$$E_u = 1{,}29$$

b) Parcijalna ekonomičnost:

Najpre je potrebno odrediti novčane iznose troškova materijala, sredstava za rad i radne snage, a na osnovu njihovog procentualnog učešća u strukturi ukupnih troškova:

Troškovi materijala:

8.800.000 • 0,6 = 5.280.000 nj.

Troškovi sredstava za rad:

8.800.000 • 0,15 = 1.320.000 nj.

Troškovi radne snage:

8.800.000 • 0,25 = 2.200.000 nj.

Materijal:

$$E_m = \frac{VP}{T_m}$$

$$E_m = \frac{8800000}{5280000}$$

$E_m = 1{,}66$

Sredstva za rad:

$$E_{sr} = \frac{VP}{T_{sr}}$$

$$E_{sr} = \frac{8800000}{1320000}$$

$E_{sr} = 6{,}66$

Radna snaga:

$$E_{rs} = \frac{VP}{T_{rs}}$$

$$E_{rs} = \frac{8800000}{2200000}$$

$E_{rs} = 4{,}00$

5.3. RENTABILNOST

Zadatak 19. Jedno proizvodno preduzeće je ostvarilo ukupnu dobit od 325.000 nj. Porez na dobit iznosi 25.000 nj. Preduzeće je angažovalo sredstva u iznosu od 2.500.000 nj. Potrebno je odrediti nivo rentabilnosti ovog preduzeća.

Rešenje:

Najpre je potrebno odrediti rentabilnost na osnovu ukupne dobiti:

$$R_{ud} = \frac{D}{A_S}$$

$$R_{ud} = \frac{325000}{2500000}$$

$$R_{ud} = 0{,}13$$

Sada se određuje rentabilnost na osnovu neto dobiti:

$$R_{nd} = \frac{D_n}{A_S}$$

$$D_n = D - PD$$

gde je:

D_n – neto dobit,
D – uukupna dobit,
PD – porez na dobit.

$$D_n = 325.000 - 25.000$$

$$D_n = 300.000 \text{ nj.}$$

$$R_{nd} = \frac{300000}{2500000}$$

$$R_{nd} = 0,12$$

LITERATURA

1. Salvatore, D. (1994). Ekonomija za menažere u svjetskoj privredi. Mate,Zagreb.

2. Bradić-Martinović, A. (2006). Predviđanje cena akcija pomoću tehničke analize. Economic Annals 170: 125-146.

3. Tedić, M. (2011). Autokorelacija i autlajeri u predviđanju vrednosti kursa. Master rad, Novi Sad.

4. Joksimović, D. (2006). Poslovna statistika. Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd.

5. Šošić, I. (2004). Primijenjena statistika. Školska knjiga, Zagreb.

6. Milojević, I, Guberinić, R. (2012). Stohastički model prognoze potražnje rezervnih delova. Vojnotehnički glasnik, Vol. LX, No. 1: 216-234.

7. Wanga, R.C., Liang, T.F. (2005). Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. International Journal of Production Economics 98: 328–341.

8. Pastor, R., Altimiras, J., Mateo, M., (2009). Planning production using mathematical programming: The case of a woodturning company. Computers & Operations Research 36: 2173-2178.

9. Perry, C., Preston, W.J., (1986). Production planning with linear programming: From textbook to factory. Omega 14(3): 233-238.

10. Bauk, S.I. (2010). Kvantitativne metode optimizacije u funkciji naučnog menadžmenta, Univerzitet Crne Gore, Podgorica.

11. Petrić, J., Šarenac, L., Kojić, Z., (1996). Operaciona istraživanja II – zbirka rešenih zadataka, Naučna knjiga, Beograd.

12. Stanimirović, P., Milovanović, G., Jovanović, I., (2008). Primena linearnog i celobrojnog programiranja, Prirodno-matematički fakultet, Niš.

13. Nikolić, R., (2002). Ekonomika preduzeća – pitanja, zadaci, rešenja, Beograd.

14. Zelenović, D.M., (2009). Projektovanje proizvodnih sistema, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, Novi Sad.

15. Pavlović, M., (2008). Upravljanje proizvodnjom, „CEKOM” – books d.o.o., Novi Sad.

16. Sajfert, Z., Nikolić, M., (2007). Proizvodno poslovni sistemi, Tehnički fakultet „Mihajlo Pupin”, Zrenjanin.

17. Arsovski, S., (2006). Menadžment procesima, Mašinski fakultet Kragujavac, Kragujevac.